www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

10e JAARGANG No. 2, blz. 37-68 FEBRUARI 1948

Philips Technisch Tijdschrift

BEHANDELENDE TECHNISCHE VRAAGSTUKKEN
SAMENHANGENDE MET DE PRODUCTEN, WERKWIJZEN EN ONDERZOEKINGEN
VAN DE N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN

REDACTIE: HET NATUURKUNDIG LABORATORIUM DER N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN, EINDHOVEN

EEN RÖNTGENDIAGNOSTIEK-APPARAAT MET AFLEESBARE OPNAMEGEGEVENS EN BEVEILIGING TEGEN OVERBELASTING

door A. NEMET *), W. A. BAYFIELD *) en M. BERINDEI *).

621.386.1:
616-073.75

Om met een gegeven diagnostiek-apparaat röntgenopnamen van de best mogelijke kwaliteit te verkrijgen, is het in het algemeen gewenst de spanning op de röntgenbuis, de buisstroom en de belichtingstijd zodanig te kiezen dat de buis tot de toelaatbare focustemperatuur wordt belast. Bij een eerder in dit tijdschrift beschreven universeel diagnostiek-apparaat werd dit gewaarborgd door de gebruiker alleen de spanning en de tijd te laten kiezen en te zorgen dat de stroom dan automatisch op de maximaal toelaatbare waarde werd ingesteld. Uitgaande van de overweging dat in sommige gevallen aan een zekere vrijheid in de keuze, gepaard aan een overzicht van de beschikbare mogelijkheden, de voorkeur zal worden gegeven, heeft Philips Electrical Ltd te Londen een apparaat ontwikkeld waarbij door een signaleringssysteem voor een goed overzicht van toelaatbare en ontoelaatbare instellingen is gezorgd. Tevens bevat het apparaat een beveiliging, waardoor bij keuze van een ontoelaatbare instelling, dwz. die tot overbelasting van de röntgenbuis zou leiden, het inschakelen van de hoogspanningsgenerator automatisch onmogelijk wordt gemaakt. Om de beveiliging en de signalering volledig betrouwbaar te maken, moesten hoge eisen worden gesteld aan de reproduceerbaarheid der instellingen van spanning, stroom en tijd. Onder de maatregelen die met het oog hierop werden genomen en die in dit artikel worden beschreven, verdient speciale vermelding de correctie van het, met de waarde van de buisstroom variërende, spanningsverlies in de buisketen: dit verlies wordt door middel van een stel weerstanden, waarvan de mA-regelknop de juiste kiest en in de primaire keten van de hoogspanningstransformator schakelt, voor elke stroominstelling tot een constante waarde aangevuld.

De stralingsintensiteit van een röntgenbuis wordt bij gegeven buisspanning groter naarmate men de buisstroom opvoert. Een grens wordt hieraan gesteld door de warmte-ontwikkeling in het focus: de anodetemperatuur in het focus mag een bepaalde waarde niet overschrijden. Bij welke buisstroom de maximaal toelaatbare temperatuur zal worden bereikt, hangt nog af van de tijd gedurende welke de buisstroom vloeit.

Wil men dus met een bepaalde röntgenbuis een opname maken, dan bestaat er voor elke gekozen buisspanning en belichtingstijd een maximaal toelaatbare waarde van de buisstroom. Het verband tussen deze drie grootheden kan men voorstellen door een krommenschaar, de belastinggrafiek van de buis. Als voorbeeld is in *fig. 1* weergegeven de belastinggrafiek van de „Rotalix"-röntgenbuis met een focus van 2 mm breedte, bij voeding met dubbelfasig gelijkgerichte wisselspanning.

*) X-Ray Development Laboratory, Philips Electrical Ltd, Londen.

Met een gegeven buis zal men van bewegende objecten ceteris paribus des te scherpere opnamen kunnen verkrijgen naarmate men met een hogere buisstroom werkt; immers, des te korter zal men, wegens de hogere stralingsintensiteit, behoeven te belichten om de gewenste filmzwarting teweeg te brengen. Het zal dus in het algemeen gewenst zijn dat de medicus bij het vaststellen van spanning, stroom en belichtingstijd voor een opname tot aan de grens gaat van hetgeen de belastinggrafiek van de buis toestaat.

De apparatenconstructeur kan op verschillende manieren tewerk gaan om de medicus te helpen de röntgenbuis steeds op de geschetste optimale wijze te gebruiken. De meest radicale oplossing is wel deze, dat men de medicus het kiezen van de buisstroom geheel uit handen neemt en door een geschikt instelmechanisme er voor zorgt, dat bij het kiezen van spanning en belichtingstijd automatisch de maximaal toelaatbare buisstroom wordt ingesteld. Een diagnostiek-apparaat waarbij deze gedachte is

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

verwezenlijkt, is een aantal jaren geleden in dit tijdschrift beschreven [1]).

Ongetwijfeld heeft deze methode grote voordelen en levert zij voortreffelijke resultaten op. Toch is het zeer wel mogelijk dat sommige medici deze volledige

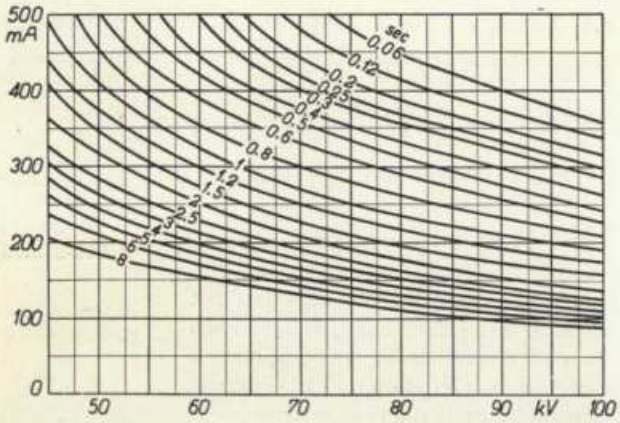


Fig. 1. Belastinggrafiek van een „Rotalix"-röntgenbuis met focus van 2 mm breedte, bij belasting met dubbelfasig gelijkgerichte wisselspanning. Voor een aantal waarden van de belichtingstijd als parameter is de maximaal toelaatbare buisstroom uitgezet als functie van de buisspanning (in kV_{max}). Bij elke uit de figuur af te lezen combinatie van waarden van spanning, stroom en belichtingstijd wordt het focus juist tot aan de toelaatbare temperatuur verhit.

automatisering onder bepaalde omstandigheden als een nadeel zullen gevoelen. Wil men bijv. een opname volgens bepaalde reeds bekende gegevens maken, of nieuwe gunstige combinaties van gegevens zoeken en reproduceren, dan is een grotere soepelheid van het apparaat gewenst. Voorts is het bij de vermelde volledige automatisering niet wel doenlijk het apparaat zo te bouwen dat bij elk van de honderden combinaties van in te stellen spanningen en belichtingstijden de exacte daarbij behorende, maximaal toelaatbare stroom wordt geleverd. Men volstaat met een benadering, waarbij de buisstroom in de ongunstigste gevallen tot bijv. 30% beneden de maximaal toelaatbare waarde blijft [2]). Al is hierbij voor normale gevallen nog geen noemenswaardige achteruitgang van de kwaliteit der röntgenopname merkbaar — voor moeilijke foto's zal de medicus het tekort wel degelijk betreuren.

Al met al kan worden gezegd dat er naast de genoemde radicale methode, met volledige automatisering, nog plaats is voor een minder radicale methode, waarbij meer overleg van de medicus wordt gevraagd, doch hem anderzijds een beter overzicht en meer mogelijkheden worden geboden. Een diagnostiek-apparaat met een dergelijke instel-

[1]) H. A. G. Hazeu en J. M. Ledeboer, Een universeel apparaat voor röntgendiagnostiek, Philips techn. T. 6, 12-21, 1941.

[2]) Zie het onder [1]) aangehaalde artikel.

techniek, dat door Philips Electrical Ltd te Londen is ontwikkeld (type DX 4), zal hier worden beschreven.

Algemene opzet van het apparaat

In grote trekken vertoont het apparaat overeenkomst met het eerder beschreven diagnostiekapparaat [1]). Over de algemene bouw kunnen we daarom kort zijn. Wij beperken ons tot een globaal overzicht en gaan daarna uitvoeriger in op de voor het instellen uitgewerkte techniek.

Het apparaat bestaat uit twee delen: de generatorkast en de bedieningslessenaar. Deze zijn met elkaar verbonden door een buigzame kabel. In de generatorkast bevinden zich de hoogspanningsgenerator met toebehoren en een van de lessenaar te bedienen hoogspanningsomschakelaar. Op de generator kunnen drie verschillende röntgenbuizen worden aangesloten waarvan desgewenst één met twee foci [3]), zodat vier verschillende foci ter beschikking staan. Het omschakelen op de gewenste buis resp. focus, geschiedt door middel van een

Fig. 2. Het beschreven universele apparaat voor röntgendiagnostiek (type DX 4) bestaat uit twee delen: links de generatorkast, waarin een hoogspanningstransformator, vier ventielen en een hoogspanningsomschakelaar voor het aansluiten van verschillende röntgenbuizen zijn ondergebracht; rechts de bedieningslessenaar, met alle schakelorganen voor het in bedrijf stellen van de röntgenbuis voor opname of voor doorlichten, en alle regelorganen voor het instellen van de gewenste opnamegegevens, alsmede meetinstrumenten en allerlei hulpapparatuur. Opzij van de lessenaar hangt aan een snoer een handschakelaar, die bij het maken van opnamen kan worden gebruikt.

[3]) Een buis met twee foci is besproken bijv. in Philips techn. T. 8, 327 (fig. 7), 1946 (No. 11).

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

focuskiezer op de bedieningslessenaar en van de vermelde hoogspanningsomschakelaar.

De hoogspanning is dubbelfasig gelijkgerichte wisselspanning, die wordt geleverd door een hoogspanningstransformator en vier vacuumventielen in Graetz-schakeling. Door middel van een autotransformator kan de primaire spanning van de hoogspanningstransformator geregeld worden, zodanig dat de buisspanning varieert tussen 45 en 100 kV_{max}, in 23 trappen van $2^1/_2$ kV.

De generator bevat tevens twee gloeistroomtransformatoren, voor het voeden van de gloeidraden van een eventueel aangesloten röntgenbuis met twee foci. Met een regelbare weerstand in de primaire kring van deze transformatoren kan de buisstroom in 10 trappen worden ingesteld tussen 25 en 500 mA (gemiddelde waarde).

Het in- en uitschakelen van de hoogspanning voor het maken van een röntgenfoto gebeurt door middel van een tijdschakelaar, die een snel werkend hoofdrelais bedient en die op 26 verschillende belichtingstijden, variërend van 0,02 tot 9 sec, kan worden ingesteld. Voor het doorlichten wordt de tijdschakelaar buiten werking gesteld; de buisstroom is dan met een afzonderlijke regelaar continu te variëren tussen 1 en 5 mA. De buisspanning voor het doorlichten is eveneens continu regelbaar.

Al deze instellingen kunnen op geijkte schalen op de bedieningslessenaar worden gecontroleerd.

Verder bevat de lessenaar nog allerlei hulp-inrichtingen, als schakelaars voor de verlichting, voor de ventilatoren van röntgenbuizen met luchtkoeling, een kiezer voor allerlei accessoires, als een electrisch aangedreven Potter-Bucky-diafragma, een maag-serie-cassette, planigrafische beweging van buis en film, enz. In het kader van dit artikel past geen uitvoerige beschrijving van deze min of meer conventionele details. Wij volstaan met enkele foto's van de gehele installatie en van de bedieningslessenaar (*fig. 2-4*), waarbij in de onderschriften nog enkele details worden toegelicht. Op enige belangrijke bijzonderheden zullen wij hieronder nog terugkomen naar aanleiding van de beschrijving der insteltechniek, waartoe wij thans overgaan.

Insteltechniek en automatische beveiliging van de röntgenbuis tegen overbelasting

De leidende gedachte der voor dit toestel uitgewerkte insteltechniek [4]) was deze: de persoon die de spanning, de stroom en de belichtingstijd kiest, moet steeds een duidelijk overzicht er van hebben hoe de gedane keuze zich verhoudt tot de reeks toelaatbare combinaties, zodat hij kan zien hoe dicht hij bij de grens is. Maar tevens moet er voor zijn gezorgd dat bij een ontoelaatbare keuze — die dus een overbelasting van de buis zou meebrengen — de uitvoering van de opname automatisch onmogelijk wordt gemaakt.

Beveiliging

Wij beschouwen eerst de verwezenlijking van het tweede oogmerk, de beveiliging van de buis. Hiervoor is in serie met de bekrachtigingsspoel van het eerder vermelde hoofdrelais een contact

Fig. 3. De dekplaat van de bedieningslessenaar. Links de twee regelknoppen voor buisstroom en buisspanning bij het doorlichten, rechts de analoge knoppen voor opnamen, in het midden de tijd-instelknop met het hieronder te beschrijven signaleringssysteem. Links onderaan de buizen- en focuskiezer, rechts onderaan een kiezer voor diverse uitwendige hulpapparaten, daartussen een „uit"-schakelaar van het toestel en de regelknop voor het compenseren van netspanningsafwijkingen. Deze compensatie wordt op de meter links boven gecontroleerd, terwijl de meter rechts boven bij lange opnamen (1-8 sec) de buisstroom aangeeft. Dezelfde meter geeft op een andere schaal de buisstroom aan bij doorlichten en hij kan ook met een enkele handgreep worden omgeschakeld voor aflezing van de gloeistroom der röntgenbuis. De laatstgenoemde contrôle blijkt voor de practijk zeer nuttig te zijn, daar geringe afwijkingen in de gloeistroom, veroorzaakt door foutieve afstelling of door kleine variaties in de overgangsweerstand der contacten, het gehele instelsysteem dat hieronder wordt beschreven illusoir zouden maken. Geheel bovenaan ziet men een mAsec-meter, die automatisch ingeschakeld wordt bij belichtingstijden korter dan 1 sec, en hieronder de kV-meter. De spanning bij doorlichten leest men op een schaal op de desbetreffende regelknop af.

[4]) A. F. Jeans, Brit. Patent 571243.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

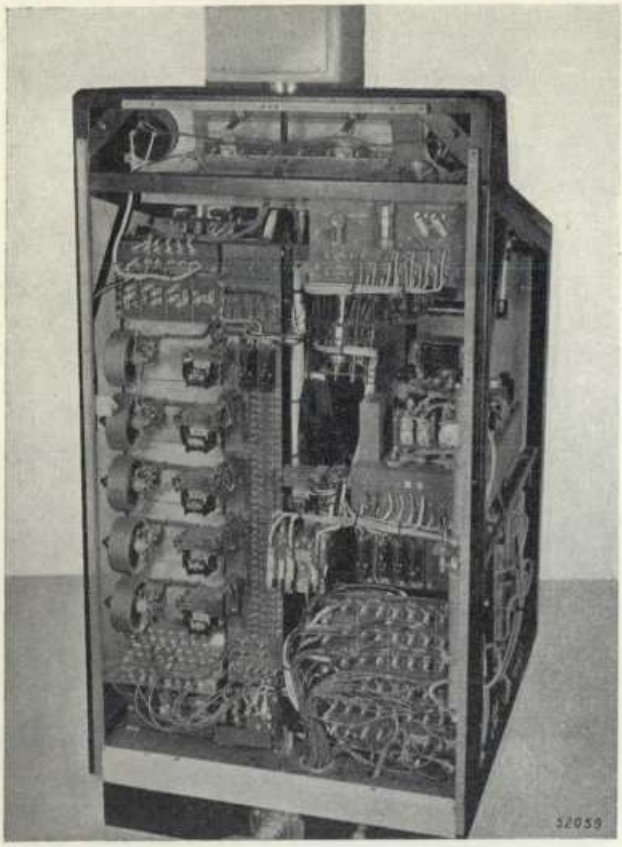


Fig. 4. Achterzijde van de bedieningslessenaar, geopend. Rechts op halve hoogte de tijdschakelaar, links de regelorganen voor het instellen van de buisstroom voor de vier verschillende te voeden foci. Het eigenlijke instelmechanisme is op deze foto niet te zien.

van een relais opgenomen dat zelf bekrachtigd wordt door de stroom in een hulpkring. Of de tijdschakelaar het hoofdrelais in werking kan stellen en de röntgenbuis dus inderdaad kan worden belast, hangt er derhalve nog van af, of de hulpkring gesloten is. De hulpkring nu is op één plaats onderbroken, en de verbinding tussen de hier aanwezige twee polen, P_1 en P_2, is van de keuze van buisspanning, stroom en belichtingstijd afhankelijk gemaakt, op de volgende manier.

Een der genoemde twee polen (P_1 in *fig. 5*) wordt door schakelarmen A_1 en A_2, die aangebracht zijn op de assen van de instelknoppen voor de buisstroom en de buisspanning (we lichten dit straks nader toe), voor elke gekozen combinatie van spanning en stroom doorverbonden met een bepaald contact, dat we S_i noemen. Er zijn even veel van deze contacten S aanwezig als er combinaties van kV-waarden en mA-waarden mogelijk zijn, d.i. in ons geval 23·10 = 230. Men kan zich deze contacten aangebracht denken op een rechthoekig bord, met alle contacten voor een gegeven kV-waarde op eenzelfde verticale lijn en alle contacten met een gegeven mA-waarde op eenzelfde horizontale lijn. De contacten vormen zo als het ware een beeld van het coördinatensysteem van de belastinggrafiek; vgl. fig. 5.

De tweede pool (P_2) van de hulpkring wordt door een schakelarm, die gekoppeld is aan de instelknop voor de belichtingstijd, voor elke gekozen tijd doorverbonden met een bepaald contact T_k, uit een reeks van 26 contacten T.

Elk contact S_i nu is permanent verbonden met dàt contact T_k hetwelk behoort bij de langste belichtingstijd die toelaatbaar is voor de combinatie „S_i" van spanning en stroom. Kiest men dus deze tijd „T_k" bij de spanning-stroom-combinatie „S_i", dan is de hulpkring gesloten en kan de opname doorgaan.

Er bestaat echter nog een reeks andere spanning-stroom-combinaties waarbij eveneens „T_k" de langste toelaatbare belichtingstijd is. Zulke combinaties worden aangegeven door de, bij die tijd behorende, kromme uit de belastinggrafiek (fig. 1).

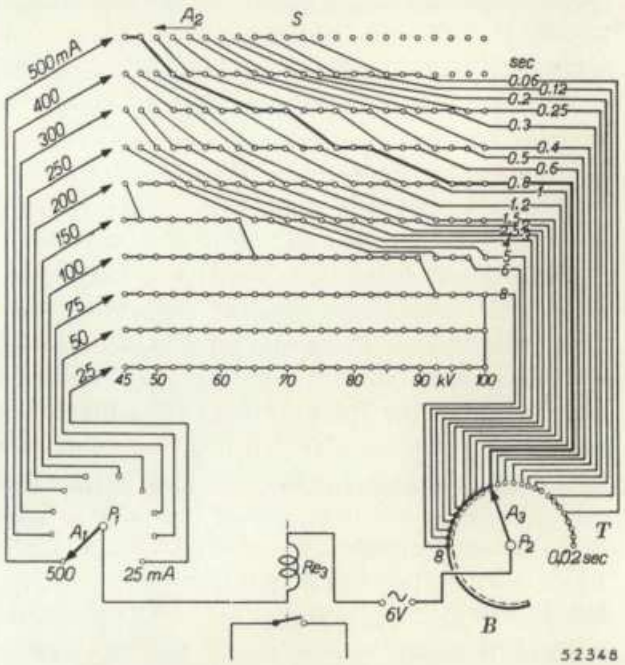


Fig. 5. Schematische voorstelling van de hulpkring welke dient voor de beveiliging van de röntgenbuis tegen overbelasting. Is het relais Re_3 stroomloos, dan is de voeding van de hoogspanningstransformator onderbroken en er kan geen röntgenopname worden gemaakt. Dit hangt er dus van af, of tussen de twee polen P_1 en P_2 al dan niet een verbinding bestaat. De pool P_1 wordt door schakelarmen A_1, A_2, die gekoppeld zijn met de instelknoppen voor buisspanning en buisstroom, verbonden met een der 230 contacten S, die corresponderen met de 230 mogelijke spanning-stroom-combinaties. De pool P_2 komt door de schakelarm A_3, die gekoppeld is aan de tijdinstelknop, in verbinding met één der 26 contacten T die behoren bij de 26 mogelijke belichtingstijden. B is een sleepsegment, bevestigd aan A_3. Door de getekende verbindingen tussen ketens van contacten S enerzijds en bepaalde contacten T anderzijds wordt de gewenste beveiliging bereikt, hetgeen in de tekst nader is uiteengezet. (De getekende verbindingen gelden voor een „Rotalix"-röntgenbuis met de in fig. 1 weergegeven belastinggrafiek.)

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

Alle contacten S die met zulke combinaties corresponderen, zijn eveneens permanent met het contact T_k, en dus ook onderling, verbonden. Deze ketens van onderlinge verbindingen, waarbij elke keten bij een der contacten T behoort, belichamen in het coördinatensysteem der contacten S de schare der belastingkrommen, zoals men in fig. 5 ziet.

Ten slotte is aan de schakelarm die over de 26 contacten T loopt, een sleepsegment bevestigd waardoor een gekozen contact T_k verbonden wordt met alle contacten T die behoren bij een langere belichtingstijd dan T_k. Heeft men dus T_k gekozen en verder een spanning-stroom-combinatie waarbij een nog langere belichtingstijd dan T_k toelaatbaar zou zijn, dan is eveneens de hulpkring gesloten en wordt het relais hierin bekrachtigd.

Kiest men daarentegen een tijd T_k en vervolgens een spanning-stroom-combinatie waarbij slechts een tijd korter dan T_k toelaatbaar is, dan blijft de hulpkring, zoals men nu gemakkelijk aan de hand van fig. 5 nagaat, open, het relais blijft „uit" en de tijdschakelaar kan het hoofdrelais niet in werking stellen. Op deze wijze is de röntgenbuis tegen overbelasting beveiligd.

Wat betreft de practische uitvoering van het beschreven systeem, vereist alleen het kiezen van het contact S_i een nadere toelichting. Het „bord" met de 23 kolommen van contacten S, dat in fig. 5 is getekend, is in werkelijkheid gewikkeld op een trommel die op de as van de kV-instelknop is bevestigd. Tegen de trommel wordt een verticale rij van tien contactborstels gedrukt, welke dus naar gelang van de stand der trommel contact maken met één der 23 kolommen van telkens 10 contacten S, nl. met die kolom die correspondeert met de ingestelde kV-waarde. Door de eerder vermelde schakelarm (A_1) op de as van de mA-instelknop wordt de pool P_1 van de hulpkring met één der tien borstels verbonden, naar gelang van de ingestelde mA-waarde. Op deze wijze wordt dus de pool P_1 gelegd aan het contact S_i dat bij de gekozen spanning-stroom-combinatie behoort. De vaste verbindingen van de contacten T met telkens een keten van contacten S op de trommel worden bewerkstelligd via een serie sleepringen op de uiteinden der trommel.

In *fig. 6* is een foto van de trommel met de contacten S weergegeven. Voor elk focus dat door het apparaat kan worden gevoed, is een ander stel onderlinge verbindingen der contacten S nodig, in overeenstemming met de belastinggrafiek voor het desbetreffende focus. Op de trommel zijn daarom vier dergelijke systemen van contacten als in fig. 5 boven elkaar aangebracht; door de focuskiezer op

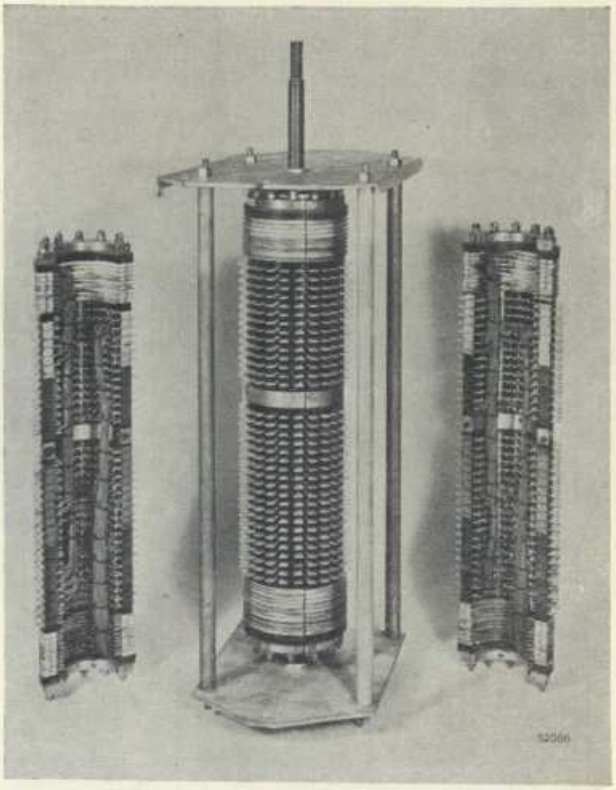


Fig. 6. Trommel waarop de 230 contacten S van fig. 5 zijn aangebracht. De trommel, die bevestigd is op de as van de kV-instelknop, bevat in opeenvolgende secties vier zulke stelsels van contacten S, voor de vier verschillende foci die door het apparaat kunnen worden gevoed. De nodige verbindingen tussen de contacten S zijn binnen de trommel aangebracht, zoals bij de afgebeelde trommelhelften is te zien. De permanente verbindingen met de contacten T (vgl. fig. 5) worden via sleepringen gevoerd, die men op de uiteinden der trommel ziet (D in fig. 7).

de bedieningslessenaar wordt het bij het gekozen focus behorende trommelstuk in bedrijf gesteld. Aangezien in het algemeen slechts een of twee foci aanwezig zullen zijn die de grootste voorkomende buisstroomwaarden, van 400 of 500 mA, toelaten, zijn twee van de contactsystemen op de trommel slechts met zeven in plaats van tien rijen contacten uitgevoerd. De bedrading tussen de contacten en de sleepringen is binnen de trommel ondergebracht.

Signalering

Het andere oogmerk dat wij in het begin van dit hoofdstuk noemden, nl. de gebruiker bij elke instelling een overzicht te geven van de variatiemogelijkheden, wordt bereikt door middel van een signaleringssysteem, dat gebruik maakt van de reeds ingevoerde hulpkring. Op ieder van de tien bovengenoemde borstels, die corresponderen met de tien mogelijke mA-waarden, is op de in *fig. 7* getekende wijze een lampje aangesloten. De tien lampjes zijn onder een venster op de bedieningslessenaar gemonteerd. Aan de hand van fig. 7

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

gaat men gemakkelijk na, dat bij keuze van een kV-waarde en bij instelling van een belichtingstijd, alle lampjes branden die behoren bij de voor deze combinatie toelaatbare mA-waarden (onafhankelijk

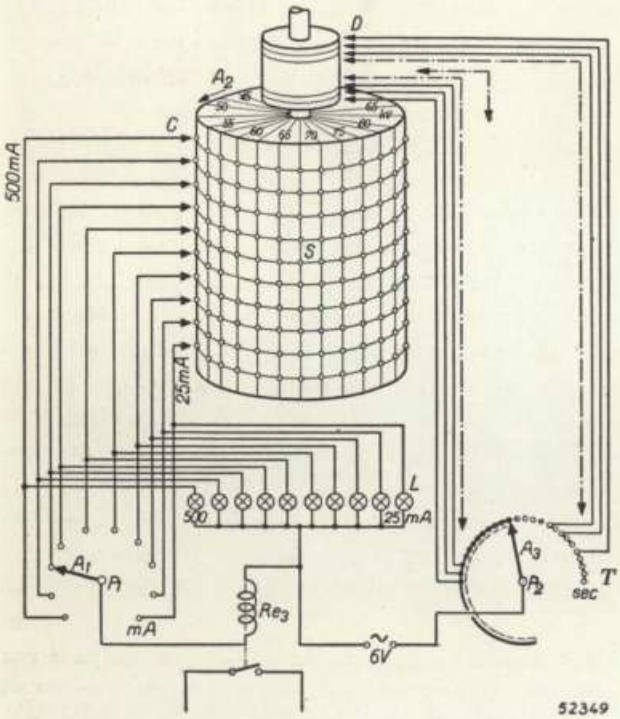


Fig. 7. Signalering, verbonden aan de hulpkring uit fig. 5. Het leggen van de pool P_1 aan een contact S geschiedt door middel van de tien borstels C, waarvan elk bij een bepaalde mA-waarde behoort en waarvan de arm A_1 de gewenste kiest. Op elke borstel is een lampje L aangesloten. Heeft men met A_2 een bepaalde buisspanning en met A_3 een bepaalde belichtingstijd ingesteld, dan branden alle lampjes voor toelaatbare mA-waarden, onafhankelijk van de instelling van A_1. D zijn sleepringen voor de permanente verbindingen tussen contacten S en T.

er van, welke mA-waarde men nu werkelijk gaat kiezen). De gebruiker kan dus met één oogopslag zien, tussen welke mA-waarden hij kiezen mag.

In de practijk wordt meestal niet de mA-waarde als doorslaggevend beschouwd, doch het aantal mAsec, omdat dit bij gegeven spanning de verkregen filmzwarting bepaalt. De signalering is daarom aldus ingericht dat de brandende lampjes een reeks getallen verlichten die de producten der mA-waarden met de ingestelde belichtingstijd aangeven. Dit is verkregen door tussen de lampjes en het venster in de lessenaar een transparante draaibare schijf aan te brengen die gekoppeld is met de tijd-instelknop en 26 straalsgewijs aangebrachte kolommen van ieder tien mAsec-getallen draagt. Naar gelang van de ingestelde tijd komt een andere serie mAsec-getallen boven de lampjes te staan. Tevens bevat het venster, zoals in *fig. 8* is te zien, evenwijdig aan deze mAsec-kolom een kolom met de tien (vaste) mA-getallen, waarvan alleen die mA-waarde die juist ingesteld is, wordt verlicht. (Hiervoor dient een heel eenvoudig signaleringssysteem, dat in fig. 7 niet is getekend.)

Staat dus het verlichte mA-getal naast een verlicht mAsec-getal, dan kan de opname doorgaan. Is echter het mAsec-getal naast het verlichte mA-getal donker, dan is het relais in de hulpkring „uit" en kan de röntgenbuis niet worden belast; tevens is door het afvallen van het genoemde relais een lichtsignaal op de lessenaar ontstoken, dat de gebruiker waarschuwt dat de gedane keuze van spanning, stroom en belichtingstijd niet toelaatbaar is („rating exceeded"; zie fig. 8).

Het nut der hier beschreven insteltechniek moge ten slotte worden geïllustreerd door de beschouwing van het veel voorkomende geval dat de buisspanning en het aantal mAsec, nodig voor optimaal contrast en filmzwarting, bekend zijn. Bij de vroeger behandelde volledige automatisering (zie het in [1]) aangehaalde artikel) kan men slechts de spanning en de tijd, die men vooraf uit een tabel moet afleiden, instellen; na de opname controleert men op een mAsec-meter of het verkregen aantal mAsec

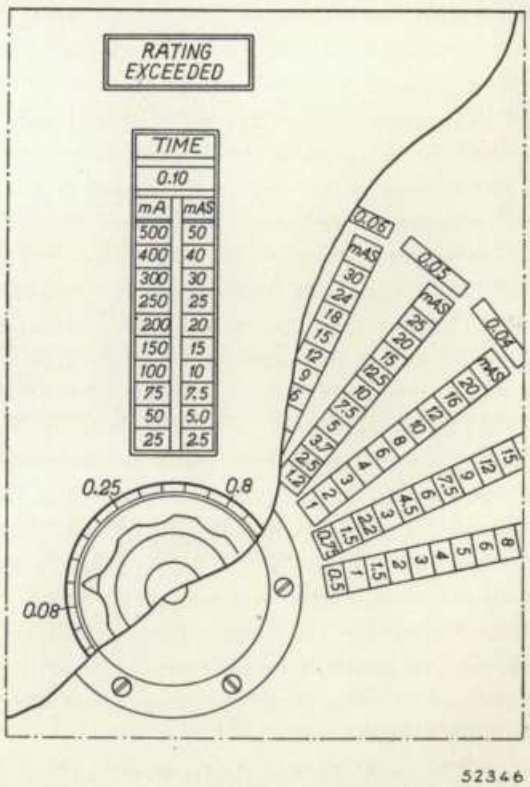


Fig. 8. Op de bedieningslessenaar wordt door een langwerpig venster afgelezen welke belichtingstijd en welke mA-waarde ingesteld is (het desbetreffende getal in de mA-kolom is verlicht), alsmede welke mAsec-waarden de röntgenbuis bij de gekozen spanning en tijd kan verdragen. Dit is nl. de verlichte reeks waarden in de mAsec-kolom in het venster. Deze mAsec-indicatie is verkregen door aan de tijd-instelknop een doorzichtige schijf te bevestigen die 26 verschillende kolommen met mAsec-getallen draagt, waarvan bij het instellen van de tijd de juiste kolom onder het venster wordt gebracht.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

met de verwachting klopt. Is het groter dan voorgeschreven, dan had een kortere tijd kunnen worden gekozen, met dienovereenkomstig geringere bewegingsonscherpte in het beeld (aangenomen dat men met een bewegend object te maken heeft). Bij ons apparaat nu kan de gebruiker, nadat hij de spanning heeft ingesteld, door draaien aan de tijdinstelknop onmiddellijk de kortst mogelijke belichtingstijd vinden: dit is nl. die instelling waarbij de voorgeschreven mAsec-waarde (of een het dichtst hierbij gelegene) juist als hoogste verlichte mAsec-getal in het venster verschijnt. Is deze instelling gevonden, dan moet nog de buisstroom worden geregeld totdat de mA-waarde staande naast de gegeven mAsec-waarde is verlicht.

Reproduceerbaarheid van buisspanning en buisstroom

Gelet op de wijze waarop de belastinggrafiek in de boven beschreven beveiligings- en instelmethode is verwerkt (fig. 5), is het duidelijk dat de spanning, de stroom en de belichtingstijd die met elke stand van de desbetreffende instelknoppen worden verkregen, zeer nauwkeurig moeten vastliggen. Met name moeten deze grootheden in hoge mate onafhankelijk zijn van het net, en de verkregen hoogspanning mag niet worden beïnvloed door de ingestelde stroom en omgekeerd. Wij willen in het kort uiteenzetten hoe in het onderhavige apparaat aan deze eisen is voldaan.

Wat de belichtingstijd betreft, kunnen we in hoofdzaak volstaan met een verwijzing naar het vroeger in dit tijdschrift beschreven diagnostiekapparaat [1]) (waar soortgelijke eisen aan de reproduceerbaarheid der instellingen werden gesteld). Het hoofdrelais waarmee de hoogspanningstransformator wordt ingeschakeld, moet vermogens tot ca 40 kVA kunnen verwerken. Toch moet het licht gebouwd zijn, opdat de voor het opkomen en afvallen nodige tijden voldoende kort en reproduceerbaar blijven (onafhankelijk van wrijving). Om dit te kunnen bereiken is het essentieel dat zowel het in- als het uitschakelen van de netstroom plaats hebben op tijdstippen waarop de wisselspanning juist door nul gaat. Men kan dit zg. „isochroon schakelen" verwezenlijken met schakelingen waarbij het hoofdrelais wordt bekrachtigd met behulp van relaisbuizen. De door ons volgens dit principe ontwikkelde tijdschakelaar kan worden beschouwd als een variant op de eerder beschrevene (zie het aangehaalde artikel [1])).

De buisspanning

Voor het reproduceerbaar maken van de spanning worden in hoofdzaak drie maatregelen genomen. De eerste, algemeen gebruikelijke, dient voor het compenseren van netspanningsschommelingen: men voert de netspanning toe aan geschikte aftakkingen van de autotransformator (T_2 in *fig. 9*) welke de hoogspanningstransformator voedt. De juiste instelling wordt door de gebruiker, die de desbetreffende regelknop bedient, gecontroleerd met behulp van een voltmeter, die de nominale ingangsspanning van 230 V moet aanwijzen.

Een andere oorzaak van afwijkingen ten opzichte van de ingestelde buisspanning is het spanningsverlies dat door de belastingsstroom ontstaat in de transformatorwikkelingen, de hoogspanningsventielen, enz. Dit spanningsverlies varieert globaal beschouwd evenredig met de buisstroom. De tweede maatregel is daarom een „compensatie" van de variaties in dit spanningsverlies door middel van een stel weerstanden in de bedieningslessenaar. Voor elke in te stellen mA-waarde is er een weerstand, en door een schakelarm, die gekoppeld is met de as van de mA-instelknop, wordt de desbetreffende weerstand (R_3, R_4 in fig. 9) in serie geschakeld met de primaire van de hoogspanningstransformator. (Dit is natuurlijk aequivalent met het aanbrengen van een bepaalde weerstand aan de hoogspanningszijde.) De weerstanden zijn in de fabriek zodanig afgesteld dat het hierin optredende spanningsverlies steeds dat in de buisketen tot een constante waarde aanvult, onafhankelijk van de ingestelde mA-waarde.

Bij de maximaal mogelijke belasting van de röntgenbuis (500 mA bij 85 kV_{max}) vloeit aan de primaire zijde van de hoogspanningstransformator kortstondig een stroom van ca 105 ampere. Aangezien ook de genoemde omschakelaar, die de aanvullingsweerstand kiest, deze grote stroomsterkten moet verwerken, moet de overgangsweerstand van zijn contacten uiterst klein zijn ($< 0{,}001$ ohm), om niet een nieuw, onreproduceerbaar spanningsverlies te veroorzaken. Met een speciaal hiervoor ontwikkelde constructie, waarbij een reeks parallel geschakelde zilveren wrijvingscontacten worden toegepast, kon dit worden bereikt zonder in zeer grote afmetingen voor de schakelaar te vervallen.

Behalve het spanningsverlies in de buisketen treedt ook in het net een spanningsdaling op, die bij de genoemde stromen van de orde van 100 ampere volstrekt niet is te verwaarlozen. Bedraagt de weerstand van het net bijv. 0,2 ohm, dan is bij een netstroom van 100 A het spanningsverlies 20 volt, hetgeen kan corresponderen met ca 8 kV in de buisspanning. Het behoeft geen betoog dat het afstellen van de spanningscompensatie,

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

dat vooraf in de fabriek plaats heeft, geheel illusoir zou worden indien het toestel dan zonder verdere maatregelen op diverse plaatsen met verschillende weerstand van het plaatselijke net zou worden gebruikt. Als derde maatregel wordt daarom bij de installatie van het toestel de plaatselijke netweerstand met een af te stellen extra weerstand aangevuld tot een bepaalde waarde, nl. 0,4 ohm. Het hierbij behorende spanningsverlies kan dan reeds in de fabriek bij de beschreven spanningscompensatie worden verdisconteerd.

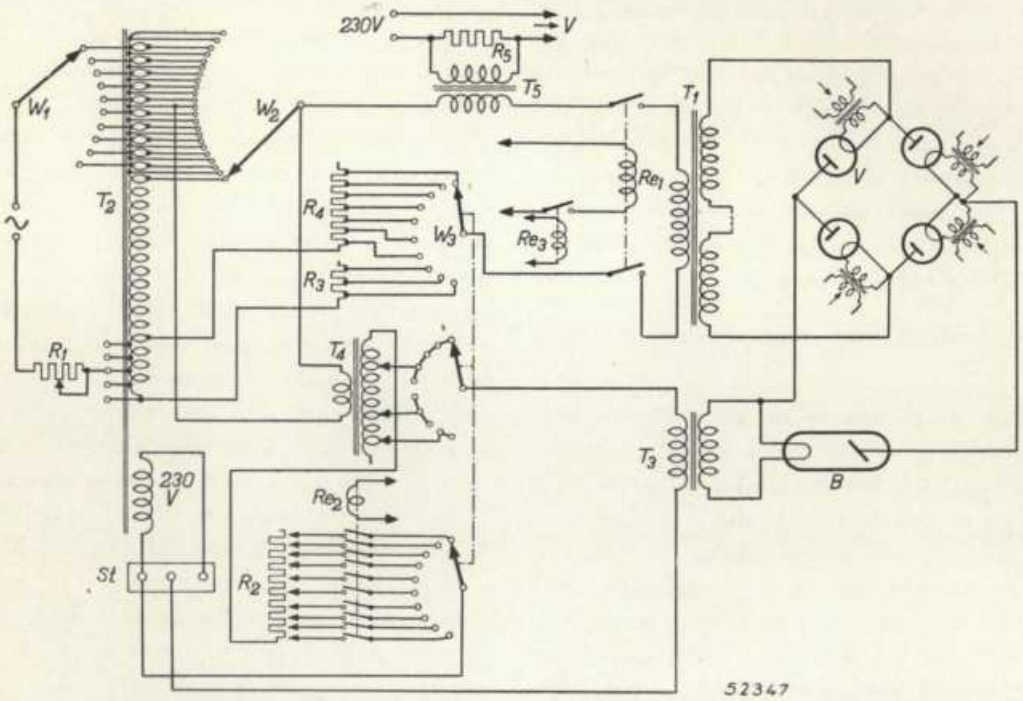


Fig. 9. Vereenvoudigd schakelschema van het röntgendiagnostiek-apparaat DX 4. De hoogspanningstransformator T_1, de hoogspanningsventielen V en de röntgenbuis B zijn op de voor apparaten met vier ventielen gebruikelijke wijze geschakeld. T_1 wordt gevoed via een autotransformator T_2, die via de regelweerstand R_1 (voor het compenseren van verschillen in de netweerstand) op het net is aangesloten. Door middel van de onderste aftakkingen van T_2 wordt het apparaat op de nominale netspanning ingesteld, terwijl door keuze van een der bovenste aftakkingen met de kiezer W_1 de uitgangsspanning van de autotransformator constant kan worden gehouden bij variaties van de netspanning. Met W_2 wordt de hoogspanning op de röntgenbuis ingesteld. De kiezer W_3, die drie schakelarmen met drie bijbehorende contactrijen bevat, is de mA-regelaar; deze regelt in de eerste plaats de voeding van de transformator T_3, die de gloeistroom voor de röntgenbuis levert. De bron voor deze gloeistroom is een hulpwikkeling voor 230 V op T_2. De uitgangsspanning van deze hulpwikkeling wordt door de stabilisator St gestabiliseerd en dan via de regelweerstand R_2 en de compensatietransformator T_4 (zie in de tekst) toegevoerd aan T_3. De juiste (bij het gebruikte focus behorende) gloeistroomweerstand R_2 met zijn aftakkingen wordt in de stroomkring geschakeld door het relais Re_2 dat door de focuskiezer (niet aangegeven) wordt bediend. De bovenste schakelarm van W_3 kiest de juiste waarde van de weerstanden R_3, R_4 voor het compenseren van de variaties in het totale spanningsverlies dat in het apparaat en het net ontstaat als gevolg van de belastingsstroom. Het hoofdrelais Re_1 schakelt de hoogspanningstransformator in of uit. Dit hoofdrelais wordt in werking gesteld door de tijdschakelaar, via een contact van het relais Re_3 waarvan de bekrachtigingsspoel in de hulpkring voor het beveiligingssysteem is opgenomen (zie tekst). De hulptransformator T_5 met de weerstand R_5 vult de gloeispanning van de ventielen V tot de vereiste waarde aan bij het dalen van de netspanning door de belasting van de röntgenbuis.

Heeft het net zelf reeds een grotere inwendige weerstand dan 0,4 ohm — hetgeen ongewenst is en zo mogelijk moet worden verholpen, teneinde de beste resultaten met het apparaat te verkrijgen — dan is de beschreven maatregel tot het „compenseren" van de netweerstand niet uitvoerbaar. Toch kan dan, als men maar de werkelijke netweerstand kent, bij het afstellen van het toestel in de fabriek in zoverre met de afwijking rekening worden gehouden dat althans voor de lagere buisstromen geen fouten ontstaan. Hiertoe wordt het surplus van de netweerstand, boven de 0,4 ohm, afgetrokken van de serie weerstanden die voor de spanningscompensatie worden afgesteld. Alleen voor de hoogste buisstromen, waarbij de aanvullingsweerstanden zeer klein of zelfs nul zijn, is dit dan niet mogelijk en moet men bij het instellen van de kV-regelknop genoegen nemen met het optreden van merkbare afwijkingen.

Bij de beschreven compensatie is ondersteld dat voor een gegeven kV-instelling van de transformator het spanningsverlies volkomen is bepaald door de buisstroom. In werkelijkheid hangt het, ten gevolge van de spreidingsimpedantie van de hoogspanningstransformator, ook een weinig af van de ingestelde spanning. Proeven hebben echter aangetoond dat de

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

hierdoor veroorzaakte fouten minder dan 2% bedragen.

Een ander verschijnsel dat fouten in de buisspanning kan veroorzaken, treedt op in de ventielen. Bij zeer zware belasting van de röntgenbuis worden ten gevolge van de daling der netspanning de gloeikathoden der ventielen met te lage spanning gevoed; de karakteristiek van het ventiel verandert daardoor in die zin dat het doorlaten van de gewenste stroom gepaard gaat met een aanzienlijk groter spanningsverlies in het ventiel. Men kan dit extra spanningsverlies bezwaarlijk in de beschreven spanningscompensatie verwerken (o.a. omdat de grootte van het verlies sterk afhangt van kleine verschillen in de ventieleigenschappen). Bovendien is een groot spanningsverlies in de ventielen schadelijk voor hun levensduur, daar zij niet berekend zijn op de er mee gepaard gaande grote warmte-ontwikkeling op de anode. Met het oog hierop is een kleine transformator (T_5 in fig. 9) aangebracht, die een met de buisstroom evenredige hulpspanning in serie met de gloeispanning der ventielen levert en daardoor deze laatste bij variatie van de belasting automatisch op de vereiste waarde houdt.

De buisstroom

De regeling van de buisstroom wordt, zoals reeds is vermeld, bewerkstelligd door middel van een variabele weerstand in serie met de gloeistroomtransformator die de gloeidraad voor het gewenste focus voedt. Daar de gloeidraademissie, en daarmee de buisstroom, zeer sterk op kleine variaties van de gloeispanning reageert, kan de buisstroominstelling alleen reproduceerbaar zijn indien de voedende netspanning behoorlijk constant is. De ingangsspanning van de gloeistroomtransformator wordt daarom, zoals gebruikelijk, door een spanningsstabilisator geleverd, die netspanningsschommelingen elimineert [5]).

Verdere maatregelen zouden voor de buisstroom niet nodig zijn, als de röntgenbuis steeds in het verzadigingsgebied der emissie van de gloeidraad zou werken. Dit is in werkelijkheid niet het geval. Immers, in elke periode van de buisspanning (dubbelfasig gelijkgerichte wisselspanning) worden ook lage spanningswaarden doorlopen, waarbij de kathode niet haar verzadigingsemissie levert, doch de stroom wordt beperkt door de ruimtelading. Hoe hoger nu de top van de buisspanning, des te sneller worden de genoemde lage spanningswaarden doorlopen, en des te groter wordt het gedeelte van de periode waarin de stroom zijn verzadigingswaarde heeft. De gemiddelde waarde van de buisstroom, welke men met de mA-regelknop wil instellen, zou dus, zonder verdere maatregelen, nog enigszins afhangen van de ingestelde buisspanning.

Teneinde dit effect te elimineren en dus de ijking van de mA-regelknop onafhankelijk van de kV-keuze te maken, is een compensatie-transformator aangebracht (T_4 in fig. 9), die een correctiespanning levert welke toegevoegd wordt aan de uitgangsspanning van de reeds vermelde stabilisator. De vereiste correctiespanning wordt bepaald door de ingestelde buisspanning, maar hangt ook nog van de buisstroom zelf af. De compensatie-transformator is daarom zo geschakeld, dat zijn ingangsspanning gevarieerd wordt met de kV-instelling, terwijl zijn uitgangsspanning kan worden afgenomen van verschillende aftakkingen op zijn secundaire wikkeling, van welke aftakkingen de juiste wordt gekozen door een schakelarm die is gekoppeld aan de mA-instelknop.

In tegenstelling met de eerder behandelde compensatie van het spanningsverlies is de vereiste correctie voor de buisstroomvariaties verschillend voor elke röntgenbuis, of beter: voor elk focus. Immers, de nodige correctie hangt af van de ruimteladingscondities tussen gloeidraad en anode. Daarom moet voor elk focus een andere serie aftakkingen op de compensatie-transformator worden gebruikt. Het overgaan op de juiste serie aftakkingen bij verwisseling van focus wordt weer automatisch bewerkstelligd door de focuskiezer op de bedieningslessenaar. Deze zorgt ook nog voor het omschakelen van de regelbare voorschakelweerstand (R_2 in fig. 9) waarmee de gebruiker de buisstroom instelt en die natuurlijk eveneens voor elk focus anders moet zijn. Op de foto fig. 4 ziet men de desbetreffende elementen, die tot vier eenheden voor de vier mogelijke foci zijn verenigd. De vijfde, aldaar zichtbare, eenheid wordt gebruikt voor het doorlichten.

Door de beschreven maatregelen is het inderdaad gelukt alle instellingen die de gebruiker op de bedieningslessenaar kiest, in voldoende mate reproduceerbaar te maken, zodat enerzijds de röntgenbuis op betrouwbare wijze is beveiligd, terwijl anderzijds de hoedanigheid der verkregen röntgenfoto's voor elke instelling aan de verwachtingen zal beantwoorden.

[5]) Dat men hier niet met een eenvoudige correctietransformator kan volstaan, zoals voor de gloeispanning der ventielen (zie hierboven), ligt daaraan dat de gloeistroom van de röntgenbuis veel nauwer luistert.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

ELECTROMAGNETISCHE GOLVEN IN GOLFPIJPEN

door W. OPECHOWSKI.

538.566.5:621.392.26

DEEL II. COAXIALE KABELS EN RONDE GOLFPIJPEN.

In Deel I van dit artikel werden de theoretische grondslagen van de voortplanting van electromagnetische golven in golfpijpen behandeld, uitgaande van de grondvergelijkingen der Maxwell-theorie. Als voorbeeld van de toepassing van de algemene theorie werd het geval van de golfpijpen met rechthoekige dwarsdoorsnede uitvoerig besproken; om electromagnetische golven te kunnen vinden die zich in zulke golfpijpen kunnen voortplanten, werd een methode gevolgd die berust op de superpositie van vlakke golven.
Het onderwerp van dit tweede deel is de voortplanting van electromagnetische golven in gevallen waarin de geleiders de symmetrie van een cylinder met cirkelvormige dwarsdoorsnede vertonen (coaxiale kabel, ronde golfpijp, ronde draad). Voorbeelden van mogelijke voortplantingswijzen der golven worden daarbij afgeleid door een directe oplossing van de differentiaalvergelijkingen van Maxwell.

In Deel I van dit artikel [1]) hebben wij de voortplanting van de electromagnetische golven in golfpijpen met rechthoekige dwarsdoorsnede behandeld. Als inleiding hiertoe hebben wij de algemene mathematische formulering der grondslagen van de Maxwell-theorie samengevat, vervolgens de harmonische, lineair gepolariseerde vlakke golf als voorbeeld van een eenvoudige oplossing van de grondvergelijkingen der Maxwell-theorie vrij uitvoerig besproken en ten slotte twee methoden genoemd voor het oplossen van deze vergelijkingen bij een gegeven configuratie van geleiders. De manier waarop wij de mogelijke voortplantingswijzen in rechthoekige golfpijpen hebben gevonden, was een voorbeeld van een van deze methoden en wel van degene waarbij men gebruik maakt van het feit dat een superpositie van een aantal vlakke golven altijd een oplossing van de Maxwell-vergelijkingen is („superpositie-principe").

In dit tweede deel zullen wij ons bezighouden met de electromagnetische golven in coaxiale kabels en ronde golfpijpen. Beide configuraties van geleiders hebben de symmetrie van een cylinder met een cirkelvormige dwarsdoorsnede: een ronde golfpijp ontstaat uit een coaxiale kabel door de verwijdering van de binnengeleider. De voortplanting van electromagnetische golven langs een ronde draad zal ook vanzelf ter sprake komen: zulk een draad is immers dat, wat van een coaxiale kabel overblijft wanneer men de buitencylinder verwijdert.

Daar het superpositie-principe volstrekt algemeen is, zou men de golven die bij zulke configuraties der geleiders theoretisch mogelijk zijn, ook kunnen vinden door vlakke golven geschikt op elkaar te superponeren. Dit zou hier echter meestal vrij lastig zijn, ook al omdat men daarbij telkens de superpositie van een oneindig aantal vlakke golven zou moeten uitvoeren.

Daarom zullen wij deze configuraties van geleiders als voorbeeld gebruiken van de toepassing van de andere algemene methode, om de bij aanwezigheid van geleiders mogelijke voortplantingswijzen van electromagnetische golven te vinden.

De eerste stap bij deze methode is, zoals wij in Deel I zeiden, de afleiding van de differentiaalvergelijkingen van Maxwell uit de fundamentele vergelijkingen der theorie, die wij in de integraalvorm hebben opgeschreven.

Gemakshalve schrijven wij deze fundamentele vergelijkingen hier nog eens op, zonder echter de gebruikte notatie nader toe te lichten, waarvoor wij naar Deel I, pp. 15-17, verwijzen:

$$\oint E_l \, dl = -\mu \frac{d}{dt} \iint H_n \, dS, \quad \ldots \quad (1)$$

$$\oint H_l \, dl = \sigma \iint E_n \, dS + \varepsilon \frac{d}{dt} \iint E_n dS, \quad (2)$$

$$\oint\oint H_n \, dS = 0, \quad \ldots \quad (3)$$

$$\varepsilon \oint\oint E_n \, dS = \iiint \varrho \, d\tau. \quad \ldots \quad (4)$$

Om hieruit de Maxwell-vergelijkingen in de differentiaalvorm af te leiden, moet men beginnen met de keuze van het coordinatenstelsel waarin men deze vergelijkingen wil verkrijgen: immers de vergelijkingen (1)-(4) onderstellen geen bepaalde keuze van het coordinatenstelsel [2]). Vertoont de gegeven configuratie der geleiders een bepaalde symmetrie,

[1]) Philips techn. T. **10**, 14-26, 1948 (No. 1).

[2]) Men kan ook de differentiaalvergelijkingen van Maxwell in een vorm brengen die geen bepaalde keuze van het coordinatenstelsel veronderstelt, en wel met behulp van symbolen van de vector-analyse („rot", „div", enz.).

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

dan kiest men bij voorkeur een coordinatenstelsel dat bij deze symmetrie is aangepast. De tweede stap is, de integratie-contouren en -oppervlakken in (1)-(4) geschikt te kiezen.

De vergelijkingen van Maxwell in cylinder-coordinaten

Het is direct duidelijk dat voor ons probleem cylinder-coordinaten het aangewezen stelsel vormen. Bij dit stelsel zijn de coordinaatvlakken de platte vlakken z = const. en φ = const. en de cylinder-oppervlakken r = const.; de drie soorten van coordinaatvlakken staan loodrecht op elkaar. De drie componenten A_z, A_φ, A_r van een vector A in een punt van de ruimte worden gedefinieerd als de orthogonale projecties van deze vector op de normalen van de drie coordinaatvlakken die elkaar in dit punt snijden.

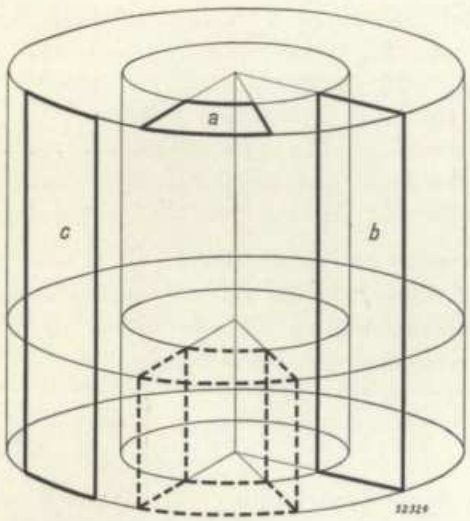


Fig. 1. Integratie-contouren en -oppervlakken voor de afleiding van de verg. (5)-(8) uit verg (1)-(4).

Om nu de differentiaalvergelijkingen af te leiden, kiezen wij de integratie-contouren, bedoeld in verg. (1)-(2), achtereenvolgens in de vlakken z = const., φ = const. en r = const., bijv. op de in *fig. 1* aangegeven wijze. Door vergelijking (1) achtereenvolgens op deze drie contouren en de daardoor begrensde oppervlakken toe te passen en daarna elk van de zo verkregen vergelijkingen naar de twee overblijvende coordinaten te differentiëren (in het geval van de contour a in fig. 1, waarbij het integratievlak z = const. is, naar φ en r; in het geval van de contour b naar z en r; in het geval van de contour c naar φ en z), vindt men:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rE_\varphi) - \frac{1}{r}\frac{\partial E_r}{\partial \varphi} = -\mu\frac{\partial H_z}{\partial t}, \quad . \quad (5a)$$

$$\frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial r} = -\mu\frac{\partial H_\varphi}{\partial t}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5b)$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial E_\varphi}{\partial z} = -\mu\frac{\partial H_r}{\partial t} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5c)$$

Men vindt verder, door dezelfde operaties uit te voeren met verg. (2):

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rH_\varphi) - \frac{1}{r}\frac{\partial H_r}{\partial \varphi} = \sigma E_z + \varepsilon\frac{\partial E_z}{\partial t}, \quad (6a)$$

$$\frac{\partial H_r}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial r} = \sigma E_\varphi + \varepsilon\frac{\partial E_\varphi}{\partial t}, \quad . \quad . \quad . \quad (6b)$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial H_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial H_\varphi}{\partial z} = \sigma E_r + \varepsilon\frac{\partial E_r}{\partial t} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6c)$$

De differentiaalvorm van verg. (3) en (4) kan op soortgelijke wijze worden afgeleid, als men het in deze vergelijkingen bedoelde gesloten oppervlak kiest zoals in fig. 1 door stippellijnen is aangeduid. Men vindt:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rH_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial H_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0, \quad . \quad . \quad (7)$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rE_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial E_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\varrho}{\varepsilon}. \quad . \quad . \quad (8)$$

De verg. (5)-(8) zien er vrij ingewikkeld uit. Daarom zullen wij deze vergelijkingen direct specialiseren op enkele eenvoudige, doch practisch belangrijke gevallen.

De transversale cylinder-golf

Wij zullen eerst beschouwen het geval van een zuiver transversale golf (cirkelfrequentie ω) die zich in de richting van de z-as voortplant, dwz. van een golf waarvoor E_z en H_z nul zijn. Voorlopig onderstellen wij nog niets over de ligging van de geleiders, behalve natuurlijk dat zij de z-as als symmetrie-as hebben. De eenvoudigste mogelijkheid is nu een golf waarbij $H_\varphi \neq 0$, $E_r \neq 0$ en alle andere componenten van het veld nul zijn; **H** en **E** staan dus loodrecht op elkaar [3]). Uit (7) en (5a) volgt dan onmiddellijk, dat H_φ respectievelijk E_r niet van φ afhangt; het electromagnetische veld is dus rotatiesymmetrisch. Verder volgt uit (6a), dat het product rH_φ niet van r afhangt. Krachtens (8) geldt hetzelfde voor het product rE_r, indien er in de beschouwde ruimte geen ladingen aanwezig zijn (ϱ = 0), hetgeen wij voortaan zullen onderstellen.

[3]) Men kan aantonen dat de even eenvoudige transversale golf $E_\varphi \neq 0$, $H_r \neq 0$, alle andere componenten nul, in geen geval kan bestaan, dwz. dat de veldamplituden hier identiek nul moeten zijn.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

De golf moet dus de vorm hebben:

$$\left.\begin{aligned} E_r &= E_r^{\circ}(r)\cdot e^{j(\omega t - kz + \eta)}, \quad \ldots \\ H_\varphi &= H_\varphi^{\circ}(r)\cdot e^{j(\omega t - kz)}, \quad \ldots \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

$$r\cdot H_\varphi^{\circ}(r) = C_1, \quad r\cdot E_r^{\circ}(r) = C_2, \quad (10)$$

waarbij k, η, C_1 en C_2 nog te bepalen constanten zijn; $E^{\circ}(r)$ en $H_\varphi^{\circ}(r)$ zijn reëel ondersteld.

Substitueert men nu (9) in (5b) en (6c) (dat zijn de enige onder de verg. (5)-(8) die nog overblijven), dwz. in:

$$\frac{\partial E_r}{\partial z} = -\mu\frac{\partial H_\varphi}{\partial t}, \quad \ldots \quad (11)$$

$$-\frac{\partial H_\varphi}{\partial z} = \sigma E_r + \varepsilon\frac{\partial E_r}{\partial t}, \quad \ldots \quad (12)$$

dan vindt men gemakkelijk:

$$k^2 = \mu\omega\,(\varepsilon\omega - j\sigma), \quad \ldots \quad (13)$$

$$k = |k|\,e^{-j\eta}, \quad \ldots \quad (14)$$

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{E_r\,(r)}{H_\varphi\,(r)} = \frac{\mu\omega}{|k|}; \quad \ldots \quad (15)$$

bij het opschrijven van (15) hebben wij ook van (10) gebruik gemaakt.

Verg. (13)-(14) zijn identiek met verg. (10)-(11) in Deel I, die voor de constanten k en η van een vlakke (gedempte) golf gelden. (Aldus wordt het gebruik in beide gevallen van dezelfde symbolen k en η achteraf gerechtvaardigd.) Ook is de uitdrukking (15) voor de verhouding der veldamplituden identiek met de corresponderende uitdrukking voor de vlakke golf (verg. (12) in Deel I).

Wil men zich op het feit beroepen dat de verg. (13)-(15), gelden voor de vlakke golf (zie verg. (7) en (9) in Deel I)

$$\left.\begin{aligned} E_x &= E^{\circ}\,e^{j(\omega t - kz + \eta)}, \quad \ldots \\ H_y &= H^{\circ}\,e^{j(\omega t - kz)}, \quad \ldots \end{aligned}\right\} \quad (16)$$

dan kan men de geldigheid van dezelfde vergelijkingen voor de golf (9) zonder enige berekening aantonen. Immers, de verg. (11)-(12) zijn identiek met de verg. (5b) en (6a) in Deel I, waaraan de vlakke golf (16) voldoet.

Men noemt soms de door (9)-(10) en (13)-(15) gekenmerkte oplossing der Maxwell-vergelijkingen (5)-(6) de (gedempte) transversale cylindergolf. Om deze golf echter volledig te kenmerken, moeten wij nog de constanten C_1 en C_2 bepalen.

Nu ziet men gemakkelijk in, dat voor een onbegrensd homogeen medium C_1 en C_2 nul zijn; met andere woorden, een transversale cylindergolf kan zich in zulk een medium niet voortplanten. Immers, daar $E_z = 0$ is en σ en ε eindig zijn, moet het rechter lid van verg. (2) nul zijn. Dit betekent dat de lijnintegraal in het linker lid ook nul is. Deze lijnintegraal heeft de waarde $2\pi r H_\varphi^{\circ}$, als men een cirkel $r = \text{const.}$ als integratie-contour neemt. Men krijgt dus $2\pi r H_\varphi^{\circ} = 0$ en hieruit, wegens (10), $C_1 = 0$. Uit (15) volgt dan, dat ook $C_2 = 0$ is. De amplituden van de transversale cylinder-golf worden dus in dit geval identiek nul.

Deze redenering is echter niet meer van toepassing, zodra zich langs de z-as een volkomen geleidende draad (straal a) bevindt. Dan blijft weliswaar $E_z = 0$, maar aangezien $\sigma = \infty$ is, kan het product $\sigma E_z \neq 0$ zijn, hetgeen zich openbaart in een oppervlaktestroom langs het oppervlak van de draad.

Om in dit geval de constanten C_1 en C_2 te bepalen, zullen wij gebruik maken van de randvoorwaarden waaraan het electromagnetische veld moet voldoen aan het grensoppervlak tussen twee media. Deze randvoorwaarden hebben wij in Deel I kort besproken en in verg. (21)-(22) geformuleerd voor het geval waarin één van de twee media volkomen geleidend is.

Is het grensoppervlak, zoals hier, een cylinderoppervlak, dan geldt op grond van deze vergelijkingen aan het grensoppervlak:

$$E_\varphi = 0, \qquad H_r = 0, \quad \ldots \quad (17)$$

$$\varepsilon E_r = s, \qquad H_\varphi = i; \quad \ldots \quad (18)$$

waarin met s en i de dichtheid van de oppervlaktelading, respectievelijk van de oppervlaktestroom worden aangeduid (met s° en i° zullen wij de amplituden van deze grootheden aanduiden).

Uit (10) en (18) volgt nu:

$$C_1 = ai^{\circ}, \qquad \varepsilon C_2 = as^{\circ}. \quad \ldots \quad (19)$$

Aan de randvoorwaarde (17) is vanzelf voldaan, daar voor een transversale cylinder-golf E_φ en H_r overal nul zijn.

Is het medium, waarin de draad zich bevindt, een volkomen isolator ($\sigma = 0$), dan overtuigt men zich gemakkelijk aan de hand van (13), (15) en (19), dat de verhouding i°/s° gelijk is aan de fasesnelheid $v = \omega/k$ van de cylinder-golf.

In hetgeen volgt zullen wij nog de vergelijking nodig hebben die het verband aangeeft tussen H_φ en de totale oppervlaktestroom $I = 2\pi a i$ langs de draad. De bedoelde vergelijking volgt onmiddellijk uit (10) en (19):

$$H_\varphi\,(z, r, t) = \frac{I\,(z,t)}{2\pi r}. \quad \ldots \quad (20)$$

In het gebied van zeer hoge frequenties speelt dus een draad slechts de rol van een cylindrisch grensoppervlak dat de voortplanting van een transversale cylinder-golf in een bepaalde richting mogelijk maakt. In werkelijkheid kan de golf, in verband

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

met het onvolkomen geleidingsvermogen van de draad, niet exact transversaal zijn, dwz. E_z kan niet exact nul zijn. De fout die men begaat door $E_z = 0$ te stellen, wordt echter des te kleiner, hoe hoger de frequentie is.

In een coaxiale kabel kan de transversale cylinder-golf zich natuurlijk ook voortplanten. Immers, aan de binnenzijde van de buitencylinder (straal b) wordt aan de randvoorwaarden vanzelf voldaan. De totale oppervlaktestroom is daar ook $I(z, t)$, de richting van de stroom is echter tegengesteld aan die van de oppervlaktestroom op de draad, dwz. op de binnengeleider (straal a) van de kabel.

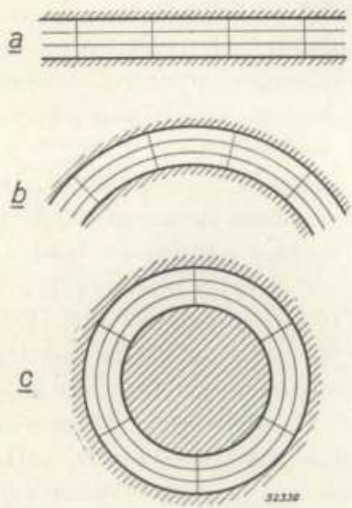


Fig. 2. De wijze waarop men het verloop van de magnetische krachtlijnen (concentrische cirkels) en van de electrische krachtlijnen (rechte lijnen) voor een transversale cylinder-golf in een coaxiale kabel (*c*) kan afleiden uit dat voor een transversale vlakke golf tussen twee evenwijdige, platte vlakken (*a*), door deze laatste geleidelijk te vervormen (*b*). De voortplantingsrichting van de golf staat in alle drie gevallen loodrecht op het vlak van tekening.

Het verloop van de E, H-krachtlijnen is in *fig. 2c* schematisch voorgesteld. Bij deze gelegenheid laten wij ook in fig. 2*a*, *b* zien, hoe men het krachtlijnen-verloop voor de transversale cylinder-golf in een coaxiale kabel aanschouwelijk kan „afleiden" uit dat voor de transversale golf tussen twee platte vlakken (die in Deel I werd besproken) door de vlakken geleidelijk krom te maken. Dit is vaak een nuttige wijze om zich in het krachtlijnenverloop ook voor een niet-transversale golf te oriënteren, zonder de Maxwell-vergelijkingen op te lossen; vooral geldt dit voor gevallen waarin een strenge oplossing wegens mathematische moeilijkheden practisch onmogelijk is. Natuurlijk moet men hiertoe het krachtlijnen-verloop bij een bepaalde vorm der geleiders reeds kennen.

Denken wij ons nu de binnengeleider van een coaxiale kabel verwijderd, dan kunnen wij, teneinde C_1 en C_2 van de transversale cylinder-golf binnen de door de buitencylinder begrensde ruimte te bepalen, zonder enige wijziging de redenering toepassen die wij in het geval van een onbegrensd homogeen medium hebben gevolgd. Wij komen aldus weer tot de conclusie dat $C_1 = C_2 = 0$ is. Met andere woorden: in een ronde golfpijp kan zich een transversale cylinder-golf niet voortplanten. Dit resultaat is een bijzonder geval van de algemene stelling, die wij in Deel I hebben geformuleerd, namelijk, dat in een willekeurige golfpijp waarvan de dwarsdoorsnede door één enkele continue gesloten kromme is begrensd, een zuiver transversale electromagnetische golf zich niet kan voortplanten. (De dwarsdoorsnede van een coaxiale kabel is door twee gesloten krommen begrensd; daarom geldt de stelling hiervoor niet.)

Afleiding der „kabelvergelijkingen"

Men kan gemakkelijk bewijzen, dat de vergelijkingen (11)-(12) aequivalent zijn met de bekende „kabelvergelijkingen" voor de spanning V en de stroom I in een coaxiale kabel. Het bewijs is als volgt. Men definieert de stroom $I(z, t)$ door (20) en de spanning $V(z, t)$ tussen de buiten- en binnengeleider door

$$V(z,t) = \int_A^B E_l \, dl \, ; \quad \ldots \ldots \quad (21)$$

de integratieweg ligt daarbij geheel in het vlak $z =$ const., terwijl zijn eindpunten A en B zich bevinden op de buiten- en binnengeleider; afgezien hiervan is de integratieweg willekeurig. Het is gemakkelijk in te zien, dat de spanning $V(z, t)$ op deze wijze ondubbelzinnig gedefinieerd is.

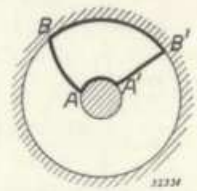


Fig. 3. Integratie-contour $AA'B'BA$ voor het bewijs dat de spanning V tussen de twee geleiders in een coaxiale kabel door verg. (21) ondubbelzinnig is gedefinieerd.

Hiertoe merken wij op, dat de integraal $\int E_l dl$ langs de gesloten weg $ABB'A'A$, die in *fig. 3* is aangegeven, gelijk nul moet zijn, en dit onverschillig hoe de punten A, A' op de binnengeleider en B, B' op de buitengeleider liggen en hoe de krommen AB en $A'B'$ in het vlak $z =$ const. lopen. Daar nl. $H_z = 0$, is de magnetische flux door het door $ABB'A'A$ begrensde gedeelte van het vlak $z =$ const. altijd nul. Hieruit volgt, krachtens de inductiewet (verg. (1)), dat de genoemde integraal inderdaad nul is. Nu geldt:

$$\oint_{ABB'A'A} E_l \, dl = \int_A^B E_l \, dl + \int_B^{B'} E_l \, dl + \int_{B'}^{A'} E_l \, dl + \int_{A'}^{A} E_l \, dl$$

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

Daar $E_\varphi = 0$, zijn de tweede en de vierde integraal in het rechterlid van deze vergelijking nul, dwz.:

$$0 = \int_A^B E_l \, dl + \int_{B'}^{A'} E_l \, dl,$$

of

$$\int_A^B E_l \, dl = \int_{A'}^{B'} E_l \, dl,$$

waaruit de ondubbelzinnigheid van de definitie (21) onmiddellijk blijkt.

Substitueert men in de verg. (11)-(12) de uitdrukking (20) voor H_φ en integreert men vervolgens deze vergelijkingen naar r op de in de definitie (21) van V aangegeven wijze, dan vindt men na een korte herleiding:

$$-\frac{\partial V}{\partial z} = L \frac{\partial I}{\partial t}, \quad \ldots\ldots \quad (22)$$

$$-\frac{\partial I}{\partial z} = GV + C \frac{\partial V}{\partial t}, \quad \ldots \quad (23)$$

waarin

$$L = \frac{\mu}{2\pi} \cdot \ln(b/a), \quad C = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln(b/a)}, \quad G = \frac{2\pi\sigma}{\ln(b/a)}; \quad (24)$$

L, C en G hebben de betekenis van de zelfinductie, de capaciteit, resp. de afleiding per meter van de kabel.

Daar de geleiders van de kabel volkomen geleidend zijn ondersteld, is de term RI (R weerstand per meter) die men in het rechterlid van verg. (22) vaak ziet staan natuurlijk niet aanwezig. Immers, deze term beschrijft bij benadering de verliezen in de geleiders ten gevolge van de ontwikkeling van Joule-warmte.

De kabelvergelijkingen (22)-(23), die wij hier voor een coaxiale kabel uit de Maxwell-vergelijkingen hebben afgeleid[4]), gelden ook streng voor iedere configuratie van twee willekeurige geleiders die de voortplanting van een zuiver transversale golf toelaat (natuurlijk variëren daarbij de uitdrukkingen voor L, C en G van geval tot geval). Wij zullen hier geen bewijs geven van deze algemenere stelling, waarvan de plausibiliteit voor de hand ligt.

In verband hiermede willen wij nog het volgende opmerken. In het algemene geval definieert men de spanning V ook door (21). De ondubbelzinnigheid van deze definitie berust, zoals wij hebben gezien, slechts op twee feiten: 1) dat de component van **H** in de voortplantingsrichting van de golf nul is, 2) dat de tangentiële component van **E** aan het oppervlak van de geleiders ook nul is. Het eerste volgt dan uit de transversaliteit van de golf, het tweede uit de randvoorwaarde. De stroom I heeft in het algemene geval dezelfde betekenis als in het geval van de coaxiale kabel, en wel die van de totale oppervlaktestroom langs een van de geleiders.

Rotatiesymmetrische E- en H-golven[5])

In het bovenstaande hebben wij aangetoond dat een zuiver transversale cylinder-golf zich slechts dan kan voortplanten wanneer er langs de symmetrie-as een geleider aanwezig is. Noch in de vrije ruimte, noch in een ronde golfpijp kan zich een dergelijke golf voortplanten. De noodzakelijke voorwaarde voor de mogelijkheid van voortplanting van een electromagnetische golf in een ronde golfpijp is dus dat tenminste één van de veldvectoren **E**, **H** een component heeft in de richting van de voortplanting, dwz. in de richting van de symmetrie-as. De twee eenvoudigste soorten van golven zijn dan:

1) Golven waarbij $H_\varphi \neq 0$, $E_r \neq 0$, $E_z \neq 0$; alle andere componenten van het **E**, **H**-veld nul. In overeenstemming met wat wij bij de bespreking van de rechthoekige golfpijpen vermeldden, noemt men deze golven, en in het algemeen de golven waarvoor $H_z = 0$, de „E-golven" (of „TM-golven").

2) Golven waarbij $E_\varphi \neq 0$, $H_r \neq 0$, $H_z \neq 0$; alle andere componenten nul; deze golven zijn een voorbeeld van de „H-golven" (of „TE-golven").

Bij elk van deze golven staan **E** en **H** dus loodrecht op elkaar. Uit de vergelijkingen (5)-(8) volgt nu verder, dat bij deze twee soorten van golven het **E**, **H**-veld niet van φ afhangt; deze golven zijn dus rotatiesymmetrisch.

In Deel I hebben wij reeds gezegd dat niet zuiver transversale golven in golfpijpen noodzakelijk een critische frequentie hebben; is de frequentie van zulk een golf lager dan de critische frequentie in een gegeven golfpijp, dan is haar voortplanting in deze golfpijp onmogelijk. In hetgeen volgt willen wij kort schetsen, hoe men aan de critische frequentie van de rotatiesymmetrische E- en H-golven komt. Hoofdzakelijk hiertoe zullen wij de discussie van deze golven beperken.

Wij veronderstellen, dat in beide gevallen alle componenten van het **E**, **H**-veld dezelfde factor $e^{j(\omega t - hz)}$ bevatten, die een golfvoortplanting in de

[4]) Wij hadden de kabelvergelijkingen (22)-(23) natuurlijk ook rechtstreeks uit de grondvergelijkingen (1)-(2) kunnen afleiden, zonder de differentiaalvergelijkingen (11) en (12) als tussenstap te gebruiken.

[5]) De eerste publicaties over de theorie van de ronde golfpijpen zijn in 1936 verschenen: J. R. Carson, S. P. Mead en S. A. Schelkunoff, Bell Syst. Tech. J. **15**, 310-333, 1936; W. L. Barrow, Proc. Inst. Radio Engrs **24**, 1298-1328, 1936; L. Brillouin, Rev. Gén. d'Electr. **40**, 227-239, 1936. Op het practische belang van de golfpijpen in het algemeen is voor het eerst gewezen in het zojuist aangehaalde artikel van Barrow en in een artikel van G. C. Southworth, Bell Syst. Tech. J. **15**, 284-309, 1936, dat samen met de publicatie van Carson, Mead en Schelkunoff een geheel vormt.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

z-richting tot uitdrukking brengt: dus

$$H_\varphi = H_\varphi^\circ(r) \cdot e^{j(\omega t - hz)},$$

enz.

Het zal blijken dat de veldamplituden in het algemeen complexe getallen zijn, hetgeen tot uitdrukking brengt dat de verschillende componenten van het **E**, **H**-veld niet in fase trillen [6]).

Rotatiesymmetrische E-golven

Door H_φ, E_r, E_z, die de zojuist genoemde vorm hebben, in (5)-(6) te substitueren en de overblijvende componenten nul te stellen vindt men na een gemakkelijke herleiding de volgende vergelijkingen voor de rotatiesymmetrische E-golven:

$$\frac{d^2 H_\varphi^\circ}{d\varrho^2} + \frac{1}{\varrho}\frac{d\,H_\varphi^\circ}{d\varrho} + \left(1 - \frac{1}{\varrho^2}\right) H_\varphi^\circ = 0, \quad (25)$$

$$E_z^\circ = \frac{\sqrt{k^2 - h^2}}{\sigma + j\varepsilon\omega}\,\frac{1}{\varrho}\frac{d}{d\varrho}\,(\varrho\, H_\varphi^\circ), \quad (26)$$

$$E_r^\circ = \frac{jh}{\sigma + j\varepsilon\omega}\, H_\varphi^\circ, \quad (27)$$

waarin

$$\varrho = r\sqrt{\mu\omega\,(\varepsilon\omega - j\sigma) - h^2};$$

duiden wij de eerste term in de uitdrukking onder het wortelteken met k^2 aan (zie (13)), dan kunnen wij korter schrijven:

$$\varrho = r\sqrt{k^2 - h^2}. \quad (28)$$

De constante h zal straks door de randvoorwaarde worden vastgelegd.

Uit deze formules blijkt dat E_r en E_z ondubbelzinnig door H_φ zijn bepaald.

Nu is de vergelijking voor H_φ een zeer goed in de wiskunde bekende vergelijking, namelijk de vergelijking voor de Bessel-functies van de eerste orde. Terloops zij vermeld, dat men door hier $1/\varrho^2$ te vervangen door n^2/ϱ^2 ($n = 0, 1, 2 \ldots$) de vergelijking verkrijgt voor de Bessel-functies van de n-de orde. Onder de Bessel-functies onderscheidt men nog twee soorten. De Bessel-functie van ϱ van de n-de orde „van de eerste soort" [7]), duidt men aan met $J_n(\varrho)$. Het verloop van de Bessel-functies $J_0(\varrho)$ en $J_1(\varrho)$, de enige waarvan hier sprake zal zijn, is in *fig. 4* weergegeven; deze twee functies zijn met elkaar verbonden door de volgende relaties:

$$\frac{dJ_0}{d\varrho} = -J_1 \quad \text{en} \quad \frac{1}{\varrho}\frac{d}{d\varrho}\,(\varrho\, J_1) = J_0. \quad (29)$$

De amplituden van de rotatiesymmetrische E-golf zijn dus, volgens (25)-(27) en (29), gegeven door:

$$\left.\begin{aligned} H_\varphi^\circ &= A J_1(\varrho), \qquad E_z^\circ = A\,\frac{\sqrt{k^2 - h^2}}{\sigma + j\varepsilon\omega}\, J_0(\varrho), \\ E_r^\circ &= A\,\frac{jh}{\sigma + j\varepsilon\omega}\, J_1(\varrho), \end{aligned}\right\} \quad (30)$$

waarin A een willekeurige constante is.

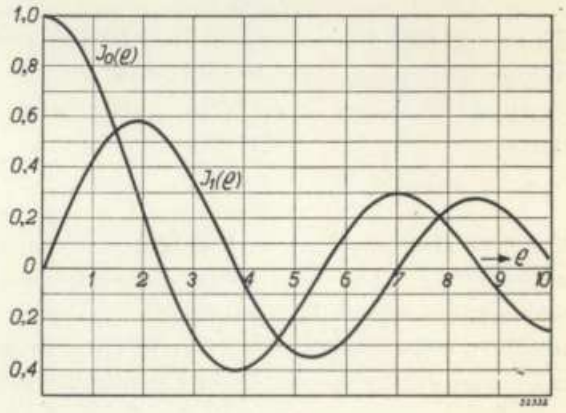


Fig. 4. Grafische voorstelling van de Bessel-functies $J_0(\varrho)$ en $J_1(\varrho)$.

Wij zullen voortaan onderstellen dat de wand van de golfpijp volkomen geleidend is. Volgens de randvoorwaarden (21) in Deel I moeten dus de tangentiële component E_t van **E** en de normaalcomponent H_n van **H** aan de wand nul zijn.

Heeft de golfpijp de straal b, dan eist de randvoorwaarde $E_t = 0$, dat $E_z\,(b) = 0$, dwz.

$$J_0(b\sqrt{k^2 - h^2}) = 0. \quad (31)$$

Aan de randvoorwaarde $H_n = 0$ is automatisch voldaan; immers de radiale component van **H** is hier overal nul.

Uit (31) kan men h bepalen. De functie $J_0(\varrho)$ heeft een oneindig aantal nulpunten $\varrho_1, \varrho_2, \ldots$, waarvan enkele in fig. 4 zijn te zien: ϱ_1 heeft de waarde 2,405, $\varrho_2 = 5{,}520$, $\varrho_3 = 8{,}654$, enz. Voor de grootheid h volgen uit (31) dus een oneindig aantal betrekkingen van de gedaante

$$h_p = \sqrt{k^2 - (\varrho_p/b)^2} \quad (p = 1, 2, \ldots), \quad (32)$$

waarbij wij de straal b van de golfpijp als gegeven beschouwen.

Voor lucht (of vacuum) kunnen wij $\sigma = 0$ stellen. Uit (13) volgt dat k^2 dan reëel is, en wel $k^2 = \varepsilon\mu\omega^2 = \omega^2/c^2$.

[6]) Bij de transversale cylinder-golf (9) konden wij wel onderstellen dat de veldamplituden reëel zijn, omdat wij het faseverschil η expliciet invoerden, wat wij hier niet doen.

[7]) De Bessel-functie van de „tweede soort" zouden wij tegenkomen bij een discussie van de E- en H-golven in een coaxiale kabel.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

Verg. (32) wordt dus:

$$h_p = \sqrt{(\omega/c)^2 - (\varrho_p/b)^2}. \quad (p = 1, 2, \ldots) \quad (33)$$

Nu zijn alleen reële waarden van h voor ons probleem van belang, want het imaginair-zijn van h betekent dat de golf zich niet voortplant (dit hebben wij in Deel I nader uiteengezet). Uit (33) zien wij dat h alleen dan reëel kan zijn als

$$(\omega/c)^2 - (\varrho_p/b)^2 \geqq 0$$

is, dwz. als

$$\nu > \varrho_p c/2\pi b$$

of

$$\lambda < 2\pi b/\varrho_p.$$

Wij komen hier dus, evenals in Deel I bij de rechthoekige golfpijpen, weer de begrippen „critische frequentie" ν_{cr} en „critische golflengte" λ_{cr} tegen:

$$\lambda_{cr} = c/\nu_{cr} = 2\pi b/\varrho_p. \quad \ldots\ldots \quad (34)$$

Alleen rotatiesymmetrische E-golven met een golflengte $\lambda < \lambda_{cr}$ kunnen zich in de ronde golfpijp voortplanten. Met elke waarde van ϱ_p correspondeert een bepaalde λ_{cr}. De grootste critische golflengte voor rotatiesymmetrische E-golven is dus:

$$\lambda_{cr}^{(1)} = 2\pi/2{,}405 = 2{,}61\ b, \quad \ldots \quad (35)$$

en dit blijkt tevens de grootste golflengte te zijn die een golf in een ronde golfpijp kan hebben.

Duiden wij met λ_z de golflengte van de golf in de golfpijp aan (vgl. de analoge notatie in Deel I), dan volgt uit (33) en (34):

$$\lambda_z^{(p)} = 2\pi/h_p = 1/\sqrt{(1/\lambda)^2 - (1/\lambda_{cr})^2}. \quad \ldots \quad (36)$$

De z-afhankelijkheid van de rotatiesymmetrische E-golf is dus gegeven door

$$e^{-jh_p z} = e^{-2\pi j z\sqrt{(1/\lambda)^2-(1/\lambda_{cr})^2}}. \quad \ldots\ldots \quad (37)$$

Precies dezelfde formule hebben wij in Deel I voor een rechthoekige golfpijp afgeleid (Deel I, verg. (33)).

Gemakshalve schrijven we hier nog op de volledige uitdrukking (in reële schrijfwijze) voor rotatiesymmetrische E-golven in een golfpijp met volkomen geleidende wand:

$$\left.\begin{aligned} E_z &= (A/\varepsilon\omega)\sqrt{(\omega/c)^2 - h_p^2}\cdot J_0(\varrho)\cdot \sin(\omega t - h_p z),\\ E_r &= (Ah_p/\varepsilon\omega)\cdot J_1(\varrho)\cdot \cos(\omega t - h_p z),\\ H_\varphi &= A\cdot J_1(\varrho)\cdot \cos(\omega t - h_p z),\\ E_\varphi &= H_r = H_z = 0, \end{aligned}\right\} \quad (38)$$

waarin

$$\varrho = r\sqrt{(\omega/c)^2 - h_p^2}; \quad \ldots\ldots \quad (39)$$

h_p is door (33) gedefinieerd.

Aan een bepaalde waarde van $p = 1, 2, \ldots$ beantwoordt een E-golf met een bepaalde structuur: p geeft nl. het aantal coaxiale cylinder-oppervlakken in de golfpijp aan, waarop $|E_z|$ maximaal is en tevens E_r en H_φ nul zijn, als men de symmetrie-as ook als een (ontaard) cylinder-oppervlak meerekent; deze bewering kan men met behulp van fig. 4 verifiëren. Het verloop van de electrische krachtlijnen bij een golf die aan ϱ_1 beantwoordt,

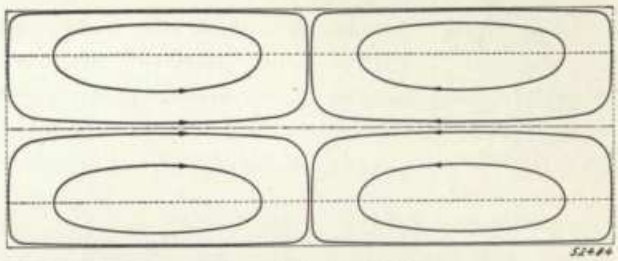


Fig. 5. Verloop van de electrische krachtlijnen voor een rotatiesymmetrische E-golf (die correspondeert met de kleinste wortel van de verg. $J_0(\varrho) = 0$) en tevens van de magnetische krachtlijnen voor een rotatiesymmetrische H-golf (die correspondeert met de kleinste, van nul verschillende wortel van de verg. $J_1(\varrho) = 0$) in een ronde golfpijp. In beide gevallen zijn de krachtlijnen bepaald door de vergelijking

$$\varrho \cdot J_1(\varrho) \cdot \sin 2\pi\zeta = \text{constant}.$$

De variabele ζ is gegeven door $\zeta = z/\lambda_z$, waarin λ_z de golflengte van de golf in de golfpijp is (zie verg. (36)) en de z-as met de symmetrie-as (streep-punt lijn) van de golfpijp samenvalt; de variabele ϱ is evenredig met de afstand r tot de symmetrie-as (zie verg. (28)).

Het vlak van tekening is dus een r-z-vlak (of φ = const.). In het geval van de H-golf stellen de getrokken horizontale rechte lijnen de snijlijnen voor van de wand der golfpijp met het vlak van tekening. De gesloten krommen geven dan het verloop van de magnetische krachtlijnen aan. Dezelfde krommen stellen ook het verloop van de electrische krachtlijnen voor in het geval van de E-golf, mits men zich de wand der golfpijp verplaatst denkt naar de gestippelde horizontale rechte lijnen.

is in *fig. 5* geschetst, en wel in het gedeelte van de figuur dat ligt tussen de twee horizontale gestippelde lijnen, die de wand van de golfpijp voorstellen. De magnetische krachtlijnen liggen in vlakken z = const. en zijn concentrische cirkels. De dichtheid van de oppervlaktestroom en -lading aan de wand van de golfpijp volgt uit de randvoorwaarden (18).

De oplossing (30) van de vergelijkingen (5)-(6) vormt ook de basis van een strenge theorie van het huideffect in een ronde draad. Hiertoe veronderstelt men σ in de draad eindig en buiten de draad nul. De variabele ϱ wordt dus complex. Aan het oppervlak van de draad moet men dan aan de randvoorwaarden trachten te voldoen, die hier tot vrij ingewikkelde formules leiden, daar geen van de twee media een volkomen geleider is.

Rotatiesymmetrische H-golven

Op precies dezelfde wijze kan men de rotatiesymmetrische H-golven behandelen. Vergelijking van (5) met (6) laat onmiddellijk zien, dat men de uitdrukkingen voor de amplituden van een ro-

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

tatiesymmetrische H-golf kan verkrijgen door $H_\varphi{}^\circ$, $E_z{}^\circ$, $E_r{}^\circ$, $(\sigma + j\varepsilon\omega)$ en $(-j\mu\omega)$ in (30) te vervangen resp. door $E_\varphi{}^\circ$, $H_z{}^\circ$, $H_r{}^\circ$, $(-j\mu\omega)$ en $(\sigma + j\varepsilon\omega)$. De constante k^2 verandert bij deze substitutie niet, want blijkens (13) geldt:

$$k^2 = (-j\mu\omega)\,(\sigma + j\varepsilon\omega).$$

Derhalve leidt de randvoorwaarde $E_t = 0$ ditmaal niet tot verg. (31), maar tot de volgende vergelijking voor de bepaling van h:

$$J_1(b\sqrt{k^2 - h^2}) = 0 \quad . \ . \ . \ . \quad (40)$$

Daar hier $E_\varphi{}^\circ$ en $H_r{}^\circ$ (zoals $H_\varphi{}^\circ$ en $E_r{}^\circ$ bij de E-golven) op gelijke wijze van r afhangen, is dan ook aan de randvoorwaarde $H_n = 0$ automatisch voldaan. Verg. (34)-(37) gelden natuurlijk ook hier, met alleen dit verschil dat ϱ_p niet meer door de verg. $J_0(\varrho) = 0$ wordt bepaald, maar door $J_1(\varrho) = 0$. De volledige uitdrukking voor de rotatiesymmetrische H-golven in het geval dat $\sigma = 0$ is, verkrijgt men door in (38) E_z, E_r, H_φ en ε te vervangen resp. door H_z, H_r, E_φ en $(-\mu)$. Het verloop van de magnetische krachtlijnen is voor een eenvoudige rotatie-symmetrische H-golf ook in fig. 5 voorgesteld.

Wij willen nog op een eigenaardigheid van de rotatiesymmetrische H-golven de aandacht vestigen. Aan de wand van de golfpijp heeft het magnetische veld hier de richting van de z-as ($H_r(b)$ is immers nul) en hieruit volgt, dat de oppervlaktestroom loodrecht op de z-richting vloeit: de stroomlijnen zijn cirkels, loodrecht op de z-as [8]). Dit is een frappant voorbeeld van het feit dat bij hoge frequenties geen direct verband bestaat tussen de richting van de stroom en de voortplantingsrichting van de electromagnetische golf langs de geleider, dus ook van de electromagnetische energie.

Behalve de hierboven beschouwde rotatiesymmetrische E- en H-golven kunnen zich in ronde golfpijpen E- en H-golven voortplanten waarvan de E- en H-vectoren ook van de hoekcoordinaat φ afhangen. De structuur van deze golven leidt men op een analoge wijze uit de vergelijkingen (5)-(8) af. De berekeningen zijn dan echter iets ingewikkelder; wij zullen hier niet nader op ingaan.

Ten slotte willen wij nog opmerken, dat bij vele technisch belangrijke problemen die in verband met de voortplanting van microgolven ontstaan, een strenge oplossing der Maxwell-vergelijkingen op grote mathematische moeilijkheden stuit. Immers, in het bovenstaande hebben wij slechts bijzonder eenvoudige configuraties van geleiders beschouwd. Toch zijn de gezichtspunten die wij ontwikkeld hebben ook nuttig bij het zoeken naar benaderde oplossingen van ingewikkelder problemen. Dit zal meermalen blijken bij de bespreking van de techniek der golfpijpen, waaraan later in dit tijdschrift te verschijnen artikelen zullen worden gewijd.

AANHANGSEL:
Iets over de samenhang tussen golfpijpen en trilholten

Sluit men een ronde golfpijp af door in twee willekeurige vlakken, loodrecht op de symmetrie-as, een metalen wand aan te brengen, dan ontstaat een (ronde) trilholte. Eigentrillingen van zulke trilholten zijn reeds eerder in dit tijdschrift behandeld [9]) [10]). De daar toegepaste behandelingswijze bracht echter met zich mede, dat men zich moest beperken tot een afleiding van de verdeling der stroomdichtheid in de wanden van een ronde, platte trilholte. Hier willen wij nog zeer in het kort schetsen, hoe men aan de uitdrukkingen komt voor het electromagnetische veld in de ruimte die door de wanden van een ronde trilholte (niet noodzakelijk plat) is begrensd.

Het is duidelijk, dat in een stationnaire toestand het electromagnetische veld het karakter moet hebben van een staande golf. Bij een staande electromagnetische golf hangt het verloop der electrische en magnetische krachtlijnen niet van de tijd af; slechts de sterkte van het veld verandert met de tijd (in het eenvoudigste geval sinusvormig). Met andere woorden: de uitdrukking voor **E** resp. **H** moet bij een staande golf een product zijn van een functie die slechts van de tijd afhangt, met een functie die slechts van de plaats afhangt.

Een staande golf (in een ronde trilholte) kan men zich ontstaan denken door een superpositie van twee lopende golven in een ronde golfpijp, die tegengestelde voortplantingsrichtingen hebben, maar overigens volkomen identiek zijn. Dit zullen wij nu aan het voorbeeld van de rotatiesymmetrische E-golven nader toelichten. De bedoelde superpositie betekent, dat men bij de uitdrukkingen (38) voor de veldcomponenten de uitdrukkingen optelt die uit (38) ontstaan door hier h_p door $(-h_p)$ te vervangen. Men vindt op deze wijze:

$$\left.\begin{aligned} E_z &= (2A/\varepsilon\omega)\sqrt{(\omega/c)^2 - h_p{}^2}\,.\,J_0(\varrho)\,.\cos h_p z\,.\sin\omega t,\\ E_r &= -(2Ah_p/\varepsilon\omega)\,.\,J_1(\varrho)\,.\sin h_p z\,.\sin\omega t,\\ H_\varphi &= 2A\,.\,J_1(\varrho)\,.\cos h_p z\,.\cos\omega t,\\ E_\varphi &= H_z = H_r = 0. \end{aligned}\right\} \quad (41)$$

Dit is inderdaad een staande golf: **E** (resp. **H**) is hier immers een product van $\sin\omega t$ (resp. $\cos\omega t$) met een functie die slechts van de plaats afhangt.

De uitdrukkingen (41) zullen een mogelijke trillingswijze van het **E**, **H**-veld in een ronde trilholte voorstellen, indien aan de twee nieuwe wanden (die van de ronde golfpijp een ronde trilholte maken) aan de randvoorwaarden is voldaan. Zijn de

[8]) In verband met deze eigenschap van de rotatiesymmetrische H-golven staat het feit dat de energieverliezen in de wand van de golfpijp voor deze golven naar nul gaan bij onbeperkt toenemen van de frequentie ν; voor alle andere H- en E-golven worden de energieverliezen voor $\nu = \infty$ oneindig groot.

[9]) C. G. A. von Lindern en G. de Vries, Platte trilholten als electrische resonatoren, Philips techn. T. **8**, 149-160, 1946 (No. 5).

[10]) G. de Vries, Electromagnetische trilholten, Philips techn. T. **9**, 73-84, 1947 (No. 3).

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

twee wanden bij $z = 0$ en bij $z = l$ aangebracht. dan is bij $z = 0$ aan de randvoorwaarde $E_t = 0$ automatisch voldaan: immers, $E_r = 0$ voor $z = 0$. Opdat $E_r = 0$ ook bij $z = l$, moet sin $h_p l = 0$ zijn, en hieruit volgt

$$h_p l = \pm \pi q \; (q = 0, 1, 2 \ldots). \quad \ldots\ldots \quad (42)$$

Aan de randvoorwaarde $H_n = 0$ is vanzelf voldaan, daar H_z overal gelijk nul is.

Nu is de voorwaarde (42) slechts dan niet in strijd met verg. (33), als $\omega = \omega_{pq}$, waarbij

$$\left(\frac{\omega_{pq}}{c}\right)^2 = \left(\frac{\pi q}{l}\right)^2 + \left(\frac{\varrho_p}{b}\right)^2. \qquad \begin{pmatrix} p = 1, 2, 3 \ldots \\ q = 0, 1, 2 \ldots \end{pmatrix} \quad (43)$$

Uit verg. (43) volgt, dat een ronde trilholte niet met iedere frequentie kan trillen. Onder de rotatiesymmetrische staande golven (41) stellen alleen diegene een mogelijke trillingswijze van een ronde trilholte voor, die aan de eigenfrequenties $\nu_{pq} = \omega_{pq}/2\pi$ beantwoorden.

De kleinste eigenfrequentie ($q = 0$, $p = 1$) is, blijkens (43) en (34), gelijk aan de kleinste critische frequentie van de lopende E-golven in een ronde golfpijp

$$\nu_{10} = \varrho_1 c/2\pi b. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (44)$$

Niet alleen de met (44) corresponderende „staande E-golf" (wij voeren hier een terminologie in, die bij de in het geval van golfpijpen gebruikte terminologie aansluit), maar ook alle andere staande E-golven met $q = 0$ hebben de eigenschap, dat hun eigenfrequenties onafhankelijk zijn van de lengte l van de trilholte; dit volgt uit (43). Uit (41) en (42) volgt bovendien dat bij deze staande golven de electrische krachtlijnen altijd evenwijdig lopen met de symmetrie-as. Bij de „staande H-golven", die wij hier niet zullen behandelen, is de eigenfrequentie in geen geval onafhankelijk van de lengte van de trilholte.

Het verloop van de electrische krachtlijnen bij een staande E-golf ($q = 1$, $p = 1$) in een ronde trilholte kan men uit fig. 5 aflezen, mits men de twee nieuwe wanden, die de golfpijp links en rechts afsluiten, op geschikt gekozen plaatsen aanbrengt. „Geschikt" betekent hier zodanig, dat aan de randvoorwaarden is voldaan. Een verticale rechte lijn, waardoor in fig. 5 elk van de nieuwe wanden zou moeten worden voorgesteld, moet dus de gesloten krommen precies halveren. (Op analoge wijze zou men ook het verloop van de magnetische krachtlijnen bij een staande H-golf in een ronde trilholte uit fig. 5 kunnen aflezen.) Terwijl echter in het geval van de golfpijp fig. 5 een „momentopname" was, stelt hier deze figuur een krachtlijnen-verloop voor dat met de tijd niet verandert.

De stroomdichtheid i in de wanden van de trilholte kan men ook gemakkelijk aan de hand van de verg. (41)-(43) berekenen, indien men zich op de randvoorwaarde $H_t = i$ beroept. Voor de „bodem" ($z = 0$) of het „deksel" ($z = l$) van de trilholte volgt op deze wijze, voor $q = 0$,

$$i = H_\varphi = 2A \,.\, \mathrm{J}_1 (r\varrho_p/b) \,.\, \cos \omega t \,. \quad \ldots \quad (45)$$

Fig. 2 van het in noot [10]) aangehaalde artikel geeft een voorstelling van de stroomdichtheidsverdeling, zoals deze uit (45) voor $p = 1$ en $p = 2$ volgt.

Natuurlijk kan men de mathematische uitdrukkingen voor electromagnetische golven in trilholten ook rechtstreeks uit de Maxwell-vergelijkingen afleiden, dus zonder gebruik te maken van de uitdrukkingen voor de lopende golven.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

HET ONTSTAAN VAN HET GIORGI-STELSEL VAN ELECTRISCHE EENHEDEN

door W. de GROOT. 537.71

In dit artikel wordt een schetsmatige samenvatting gegeven van het ontstaan van het systeem van grondformules der electriciteitsleer, en wel op zodanige wijze dat daardoor tevens een inzicht wordt verkregen in het zg. Giorgi-stelsel van electrische eenheden. Deze eenheden worden daarna toegelicht en in het bijzonder wordt de zg. rationalisatie besproken. In een hierna volgend historisch overzicht worden besproken de cgs-stelsels, het practische stelsel, de absolute en de internationale practische eenheden. Ten slotte wordt in het kort de realisatie van de absolute ampere, ohm en volt beschreven.

Inleiding

In het volgende zal de ontwikkeling van de grondformules der electriciteitsleer worden geschetst, en wel op zodanige wijze dat daardoor tevens een inzicht wordt verkregen in het zg. Giorgi-stelsel van electrische eenheden.

De eenheid van lading

Gewoonlijk wordt bij het opbouwen van een systeem van formules voor de electriciteitsleer uitgegaan van de wet van Coulomb:

$$K = \alpha \frac{Q_1 Q_2}{r^2}.$$

Hierin is K de kracht die de ladingen Q_1 en Q_2 op een afstand r op elkaar uitoefenen, en α een voorlopig niet nader bepaalde constante [1]). Door aan α een waarde toe te kennen, heeft men een eenheid van lading gedefinieerd, indien tevens vaststaat in welke eenheden K en r gemeten zullen worden.

Men kan de bovenstaande formule ook zien als een bijzonder geval van een algemenere wet, volgens welke

$$\mathbf{K} = Q_2 \cdot \mathbf{E},$$

waarin $\mathbf{E}$ de veldsterktevector voorstelt [2]). In een electrostatisch veld geldt voor een lading Q_1 die langs een weg s van het punt *1* naar het punt *2* wordt gebracht:

$$\frac{1}{Q_1}\int_1^2 K_s\,\mathrm{d}s = \int_1^2 E_s\,\mathrm{d}s = V_1 - V_2,$$

waarin K_s en E_s de component van de kracht resp. van de veldsterkte in de richting van s voorstellen. Dit geldt onafhankelijk van de weg die de lading van *1* naar *2* volgt. V_1 en V_2 zijn de, op een constante na bepaalde, electrostatische potentialen in de punten *1* en *2*. De eenheid van potentiaalverschil is hiermede bepaald, doordat de eenheid waarin de arbeid $\int K_s\,\mathrm{d}s$ gemeten zal worden, reeds vaststaat.

Een belangrijke stap in de theorie is de wet der superpositie van electrische velden: $\mathbf{E}$ is de vectorsom der afzonderlijke $\mathbf{E}$'s afkomstig van elk der ladingen. Een gevolg hiervan is, dat als wij in het vacuum de component E_n van $\mathbf{E}$ volgens de normaal van een gesloten oppervlak A over dit oppervlak integreren en dus $\oint\oint E_n \mathrm{d}A$ opmaken, het resultaat evenredig is met de door het oppervlak omsloten totale lading Q:

$$Q = \iiint \varrho\,\mathrm{d}\tau \sim \oint\oint E_n\,\mathrm{d}A.$$

Hierin stelt ϱ de ruimtelijke ladingsdichtheid voor (lading per volume-eenheid), terwijl $\mathrm{d}\tau$ een volume-element is binnen het gesloten oppervlak. De waarde der evenredigheidsconstante (deze blijkt $4\pi\alpha$ te zijn) hangt direct samen met de keuze van de eenheid van lading.

In navolging van Maxwell kan men dit zelfde feit ook uitdrukken door een nieuwe vector $\mathbf{D}$ in te voeren die evenredig is met $\mathbf{E}$, en dan te eisen dat de overeenkomstige oppervlakte-integraal $\oint\oint D_n \mathrm{d}A$ niet slechts evenredig, maar ook gelijk is aan Q:

$$\oint\oint D_n\,\mathrm{d}A = Q. \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

De integraal van D_n over een deel van een oppervlak dat door een gesloten kromme is begrensd, noemen wij de electrische flux Ψ door dit oppervlak:

$$\Psi = \iint D_n\,\mathrm{d}A.$$

Verg. (1) drukt dan uit dat de totale electrische

---

[1]) Door directe waarneming van de kracht K is de wet van Coulomb slechts met geringe nauwkeurigheid geverifieerd. Later is de wet door indirecte proeven zeer nauwkeurig bevestigd, bijv. door de proef van Cavendish, waarbij aangetoond wordt dat een geladen lichaam, binnen een gesloten geleidend omhulsel geplaatst, bij contact met het omhulsel daaraan al zijn lading verliest. Zie bijv. J. H. Jeans, The mathematical theory of electricity and magnetism, Cambridge 1923, 4de druk, blz. 37-38.

[2]) In het volgende worden vectoren, zoals $\mathbf{E}$, met een vette letter en de grootte van een vector, zoals E, met een cursieve letter aangeduid.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

flux Ψ door een gesloten oppervlak gelijk is aan de omsloten lading Q.

Het verband tussen **D** en **E** is voor te stellen door de formule

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

waarbij de grootte van ε weer afhankelijk is van de gekozen eenheden.

Het voordeel van deze wijze van doen is dat men hiermede tevens de verschijnselen omvat die optreden indien het diëlectricum niet de lege ruimte is, maar geheel of gedeeltelijk is gevuld met een isolerende middenstof.

Indien de middenstof slechts een gedeelte van de ruimte vult, of indien er verschillende middenstoffen zijn, treden naast (2) nog zg. randvoorwaarden op, nl. $D_{n1} = D_{n2}$ en $E_{t1} = E_{t2}$, waarbij de indices n en t betrekking hebben op de componenten normaal op en evenwijdig aan het scheidingsvlak tussen twee media en de indices 1 en 2 op de media aan weerszijden van dit vlak.

De grootheid **D** wordt diëlectrische verplaatsing genoemd. In een willekeurig medium heeft ε een waarde die afwijkt van de in het vacuum geldende waarde ε_0. Het quotient

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \varepsilon_r$$

noemt men de relatieve diëlectrische constante van het medium.

De electrische stroom

Een bewegende lading stelt een electrische stroom voor. Is v de snelheid van de lading Q, dan is $\mathbf{I} = Q\mathbf{v}$ de stroom, en, bij een uitgebreide lading, $\mathbf{S} = \varrho\mathbf{v}$ de stroomdichtheid.

Is S_n de component van **S** loodrecht op een element $\mathrm{d}A$ van een gesloten oppervlak A, dan geldt:

$$\oint\!\!\oint S_n \,\mathrm{d}A = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\iiint \varrho \,\mathrm{d}\tau \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

Het meten van ladingen kan ook tot het meten van stromen worden teruggebracht (men denke aan de ballistische galvanometer). Het meten van stromen kan men op dergelijke wijze als boven voor de ladingen is uiteengezet, terugbrengen tot het meten van de krachten die stroomgeleiders op elkaar uitoefenen. Wij zullen niet trachten dit in details te beschrijven en verwijzen hiervoor naar bestaande leerboeken. Wij herinneren er slechts aan, dat door een stroomgeleider een magnetisch veld wordt bepaald, gekarakteriseerd door een vector **B**. Een gedeelte van een tweede stroomgeleider (lengte $\mathrm{d}l$), waarin een stroom **I** vloeit welke loodrecht op de vector **B** is gericht, ondervindt een kracht van de grootte

$$K = B \cdot I \cdot \mathrm{d}l. \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

Bij afwezigheid van een coëfficient bepaalt deze vergelijking de eenheid voor B; voor de richting van de kracht geldt de „linkerhandregel".

Voor de stroom die het veld veroorzaakt, geldt dat in het vacuum de lijnintegraal $\oint B_s \mathrm{d}s$, genomen langs een gesloten kromme die de stroomgeleider omvat, evenredig is met de stroom I door de geleider

$$I = \iint S_n \,\mathrm{d}A \sim \oint B_s \,\mathrm{d}s.$$

Op soortgelijke wijze als in het electrostatische geval, kan men naast de vector **B** een vector **H** invoeren, die met **B** evenredig is en waarvoor geldt:

$$\oint H_s \,\mathrm{d}s = I, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

terwijl tussen **H** en **B** de betrekking bestaat:

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu}\mathbf{B}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Het voordeel van deze beschouwingswijze is weer, dat hierdoor tevens de verschijnselen worden omvat die men verkrijgt, als het vacuum geheel of gedeeltelijk wordt vervangen door een zg. paramagnetische of diamagnetische middenstof. In zo'n medium heeft μ een constante waarde, die echter afwijkt van de in het vacuum geldende waarde μ_0. Het quotient

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \mu_r.$$

wordt de relatieve permeabiliteit genoemd. Zij is voor paramagnetische stoffen > 1, voor diamagnetische < 1.

Bij aanwezigheid van meer dan één medium, gescheiden door een scheidingsvlak, of bij gedeeltelijke vulling van het vacuum, gelden aan het scheidingsvlak zekere randvoorwaarden, analoog aan die voor **D** en **E**. Behalve de paramagnetische en de diamagnetische media zijn ook de ferromagnetische media van belang. Ook de verschijnselen in deze ferromagnetische stoffen kunnen met de genoemde vergelijkingen worden beschreven. Echter is daar het verband tussen **B** en **H** ingewikkelder. In het eenvoudigste geval (afwezigheid van hysteresis) is

$$B = \mathrm{f}(H),$$

waarbij $\mathrm{f}(H)$ een voor het medium karakteristieke functie voorstelt.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

Veranderlijke velden[3])

Tot nu toe beschouwden wij het geval van in rust zijnde ladingen en stationnaire stromen. Bij met de tijd t veranderlijke stromen geldt de inductiewet, die het volgende zegt: stelt $\iint B_n \, dA = \Phi$ de oppervlakte-integraal van **B** over een oppervlak voor dat door een gesloten kromme wordt begrensd (Φ heet de magnetische flux), dan werkt er langs de kromme een electrische kracht E_s waarvoor geldt:

$$\oint E_s ds = -\frac{d}{dt}\Phi. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

E en Φ passen bij elkaar volgens de „kurketrekkerregel".

In (7) treedt geen nieuwe coëfficient op en geldt het gelijkteken, evenals in (4). Dit staat in nauw verband met de wet van behoud van energie, die (4) en (7) verbindt.

Zoals Maxwell het eerst heeft laten zien, bestaan er bij een oppervlak dat gedeeltelijk door een gesloten kromme wordt begrensd, niet alleen van nul verschillende waarden van $\oint H_s ds$ indien door het oppervlak lading vloeit, maar ook indien de door de bedoelde kromme omsloten electrische flux $\Psi = \int D_n dA$ met de tijd verandert, en wel is in dit laatste geval

$$\oint H_s ds = \frac{d}{dt}\Psi. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

In het algemeen, als bovendien lading het oppervlak passeert, is

$$\oint H_s \, ds = I + \frac{d}{dt}\Psi. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8a)$$

Uit (7) kan men afleiden dat voor een gesloten oppervlak

$$\oint\oint B_n \, dA = 0, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

terwijl uit (8a) volgt:

$$\oint\oint (S_n + \dot{D}_n) \, dA = 0, \quad . \quad . \quad . \quad (3a)$$

hetgeen in overeenstemming is met (3).

De vergelijkingen van Maxwell

De vergelijkingen (1), (9), (7) en (8a) zijn de welbekende vergelijkingen van Maxwell, die, tezamen met (2) en (6), de eigenschappen van het electromagnetische veld bepalen. Daarnaast komt de uit physisch oogpunt minder fundamentele, maar in de practijk belangrijke wet van Ohm te staan, volgens welke in een groot aantal gevallen evenredigheid bestaat tussen de stroomdichtheid **S** en de electrische veldvector **E**:

$$\mathbf{S} = \gamma \mathbf{E}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

en waarin γ een materiaalconstante, de specifieke geleiding, voorstelt.

De vergelijkingen van Maxwell worden, in plaats van in de integraalvorm, meestal in differentiaalvorm gegeven. Zij luiden dan:

$$\begin{aligned} \text{div } \mathbf{D} &= \varrho, \\ \text{div } \mathbf{B} &= 0, \\ \text{rot } \mathbf{E} &= -\dot{\mathbf{B}}, \\ \text{rot } \mathbf{H} &= \dot{\mathbf{D}} + \mathbf{S}, \end{aligned}$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H}, \quad \mathbf{S} = \gamma \mathbf{E}.$$

Een van de belangrijkste consequenties van deze vergelijkingen is, dat een electromagnetische vlakke golf zich voortplant met de fasesnelheid

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}}.$$

In het vacuum wordt dit de lichtsnelheid c, zodat

$$\varepsilon_0 \mu_0 c^2 = 1. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

De Giorgi-eenheden

Zoals wij boven zagen, zijn de eenheden van alle in de electriciteitsleer voorkomende grootheden vastgelegd, zodra men een keuze heeft gedaan voor de mechanische eenheden van lengte, massa en tijd en verder een eenheid van lading of van stroomsterkte heeft vastgelegd.

In het belang van de electrotechniek heeft G. Giorgi in 1901[4]) een aantal voorstellen gedaan met betrekking tot deze eenheden:

1) In plaats van centimeter, gram-massa en seconde (de grondeenheden van het cgs-stelsel, waarbij als krachtseenheid de dyne en als arbeidseenheid de erg behoren), kiest Giorgi de meter (m), de kilogram-massa (kg) en de seconde (sec). De eenheid van kracht is in dit systeem de kracht die aan 1 kg-massa een versnelling van 1 m/sec^2 meedeelt. Deze kracht wordt 1 newton (N) genoemd:

$$1 \text{ newton} = 10^5 \text{ dyne}.$$

De mechanische eenheid van arbeid is de arbeid die de kracht van 1 newton verricht, als het aangrijpingspunt zich over 1 m in de richting van de kracht verplaatst. Deze eenheid heet 1 newton-meter = 1 joule (J):

$$1 \text{ joule} = 1 \text{ newton-meter (N·m)} = 10^7 \text{ erg}.$$

De mechanische arbeidseenheid wordt door deze keuze gelijk aan de electrische:

[3]) Zie ook het artikel van W. Opechowski, Philips techn. T. **10**, 14-26, 1948 (No. 1).

[4]) G. Giorgi, Unità razionali di elettromagnetismo, Atti dell' Assoc. elettr. ital. **5**, 402-418, 1901.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

$$1 \text{ joule} = 1 \text{ watt·seconde} = 1 \text{ VAsec}, \quad . \quad (12)$$

mits men uitgaat van de zg. absolute volt en ampere.

2) Als eenheid van stroomsterkte wordt de ampere (A) gekozen. Zoals zojuist is gebleken, is het doelmatig hieronder te verstaan de absolute ampere.

Deze is bijv. te definiëren als de stroom die door twee oneindig lange rechte geleiders (met verwaarloosbare cirkelvormige doorsnede) moet vloeien, opdat bij een onderlinge afstand van 1 m de kracht per meter lengte gelijk is aan $2 \cdot 10^{-7}$ newton (besluit van het Comité international des Poids et Mesures, ingaande 1 Januari 1948).

Uit deze keuze volgen alle andere eenheden. Zij vallen grotendeels samen met die van het reeds gebruikelijke „practische" stelsel van eenheden en wel met de zg. absolute practische eenheden.

Nieuw ten opzichte van dit stelsel is echter dat Giorgi het gebruik van volt en ampere ook consequent volhoudt bij de eenheden voor de electromagnetische veldgrootheden.

Zo wordt de grootheid E gemeten in volt/meter, de grootheid D in coulomb/m² ($\Psi = \iint D_n \mathrm{d}A$ in coulomb) en B in newton/ampere·m, of, wat op hetzelfde neerkomt, in volt·seconde/m².

De laatste schrijfwijze herinnert ons aan een tweede manier om B te bepalen, nl. door middel van de inductiewet. De oppervlakte-integraal Φ wordt gemeten in de eenheid volt·seconde, welke ook weber (Wb) wordt genoemd. Voor H is de eenheid ampere/m. De eenheden voor ε en μ zijn respectievelijk A·sec/V·m = farad/m en V·sec/A·m = henry/m.

De rationalisatie

Bij het gebruik van cgs-eenheden is men gewend in de aan (1) en (5) analoge formules factoren 4π aan te treffen. Zo luiden in het „gemengde stelsel van Gauss" de formules (1) en (5) meestal:

$$\oint\!\!\oint D_n' \, \mathrm{d}A = 4\pi Q,$$

$$\int H_s' \, \mathrm{d}s = 4\pi I,$$

waarbij D' en Q in electrostatische, I en H' in electromagnetische eenheden zijn uitgedrukt. Wij hebben hier de veldgrootheden van accenten voorzien, ter onderscheiding van de in dit artikel bedoelde grootheden D en H, die door (1) en (5) zijn vastgelegd. Het weglaten van de factor 4π, hetwelk bij de grootheden D en H tot een natuurlijke interpretatie voert, die wij ook boven reeds hebben toegepast, leidt tot zekere verschillen tussen de oude en de nieuwe vorm van bekende formules. Zo luidt nu de electrostatische wet van Coulomb:

$$K = \frac{1}{\varepsilon} \frac{Q_1 Q_2}{4\pi r^2}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

en de formule voor de kracht die twee oneindig lange stroomgeleiders over een afstand l op elkaar uitoefenen:

$$K = \mu \frac{I_1 I_2 l}{2\pi r}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

Daarentegen wordt de formule voor de capaciteit C van een vlakke condensator met oppervlak A en plaatafstand s:

$$C = \varepsilon \frac{A}{s},$$

en die van de zelfinductie L van een lange spoel van n windingen met windingsoppervlak A, bij een spoellengte s:

$$L = n^2 \mu \frac{A}{s}.$$

Men ziet dus dat het getal π niet in die formules optreedt die „homogene" gevallen voorstellen, doch wèl in formules die betrekking hebben op gevallen met bol- of cylindersymmetrie. Deze zg. rationalisatie (het is „rationeel" dat π optreedt in de laatstgenoemde gevallen en niet in de eerstgenoemde) is een voordeel van de door Giorgi voorgestelde gerationaliseerde schrijfwijze van de formules (1) en (5) en van de daarin opgesloten definities van D en H.

Uit formule (14) volgt verder dat, aangezien in vacuum $K = 2 \cdot 10^{-7}$ N, als $r = 1$ m, $l = 1$ m, $I_1 = I_2 = 1$ A,

$$\mu_0 = 4\pi/10^{-7} \text{ V·sec/A·m} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

Men kan (15) met (12) samen ook als definitieformule van de „absolute" electrische eenheden opvatten.

Daar $\varepsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$, volgt hieruit, met $c = 2{,}99776 \cdot 10^8$ m/sec:

$$\varepsilon_0 = \frac{10^7}{4\pi c^2} \approx 8{,}855 \cdot 10^{-12} \text{ A·sec/V·m} \quad . \quad . \quad (16)$$

Een enkele opmerking moge nog gemaakt worden met betrekking tot de magnetische wet van Coulomb. Zoals bekend is, gedraagt een langgerekte spoel zich als een staafmagneet, met „polen" aan de uiteinden. Uit de noordpool treedt een flux $\Phi = \iint B_n \, \mathrm{d}A$ (de integraal te nemen over de doorsnede van de spoel). Men kan deze flux als maat voor de poolsterkte nemen, echter is deze bij gegeven stroom afhankelijk van het medium. Onafhankelijk van het medium is de grootheid $\iint H_n \, \mathrm{d}A = P$. Kiest men Φ als poolsterkte, dan is de kracht tussen twee polen op een afstand r:

$$K = \frac{1}{\mu} \frac{\Phi_1 \Phi_2}{4\pi r^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

Kiest men P als poolsterkte, dan is

$$K = \mu \frac{P_1 P_2}{4\pi r^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

Beide formules brengen de magnetische wet van Coulomb tot uitdrukking. Formule (17) is formeel analoog met (13),

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

terwijl (18) analogie vertoont met (14). Het geval is min of meer academisch, doordat in werkelijkheid geen vrij magnetisme bestaat [5]).

Historische opmerkingen

De tot heden gebruikelijke cgs-stelsels gaan terug op de beide wetten van Coulomb:

$$K_{el} = \alpha \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

en

$$K_{magn} = \beta \frac{P_1 P_2}{r^2}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

(waarbij P_1 en P_2 magneetpoolsterkten voorstellen), welke wetten geformuleerd zijn naar analogie van de attractiewet van Newton (omstreeks 1680).

Nadat Oersted (1819) de krachtwerking van stromen op magneetpolen had vastgesteld [6]), was het vooral Ampère [7]) (Sept.-Dec. 1820) die deze krachten nauwkeurig onderzocht, alsmede de krachten tussen stroomgeleiders. De uitkomsten van Ampère kan men met behulp van het begrip „stroomelement" op analoge wijze als de wetten van Coulomb formuleren. Het meest bekend is de formule van Laplace [8]):

$$K = \delta \frac{I\,ds \cdot P}{r^2} \sin \varphi, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

die de kracht aangeeft, door een stroomelement $I\,ds$ op een magneetpool P op een afstand r uitgeoefend (φ de hoek tussen de richtingen van r en ds, K loodrecht op deze richtingen, δ een constante).

Het was ook Ampère die voor het eerst de begrippen stroom en spanning invoerde op de wijze zoals wij dit nu gewoon zijn. Het begrip weerstand en de wetten die bij geleiders het verband tussen stroom en spanning aangeven, danken wij aan Ohm (1829).

In handen van Gauss (ca 1830) ontwikkelde zich uit de formules (20) en (21) het zg. electromagnetische stelsel van eenheden, waarna Weber (ca 1850) uit (19) het electrostatische stelsel afleidde. Deze stelsels zijn eerst in 1873 officieel als cgs-stelsels ingevoerd. (Gauss werkte oorspronkelijk met mm als lengte- en mg als massa-eenheid.)

In 1831 vond Faraday de inductiewet (7) en in 1864 Maxwell het pendant hiervan (8). Met Faraday en Maxwell begint de invoering van het veldbegrip. Zoals bekend is, toonde Maxwell het eerst aan dat de verhouding tussen de electromagnetische en de electrostatische ladingseenheid gelijk is aan de lichtsnelheid (in cm/sec).

Helmholtz (1882) en Hertz (omstreeks 1890) gebruikten een gemengd eenhedenstelsel, waarbij electrische eenheden in e.s.e. en magnetische in e.m.e. werden gemeten (meestal „gemengd stelsel van Gauss" genoemd). De drie cgs-stelsels onderscheiden zich door de plaats die factoren c ($\approx 3 \cdot 10^{10}$) en c^2 in de formules innemen.

De „practische" eenheden

Voor het practische gebruik in de zich ontwikkelende electrotechniek waren de genoemde eenhedenstelsels geen van alle geschikt. Door de bemoeiingen van de „British Association for the Advancement of Science" (1867) kwamen de thans algemeen gebruikelijke zogenaamde practische eenheden ohm, volt, farad in zwang, waaraan het „Congrès International des Electriciens" (1881) coulomb, ampere en henry (oorspronkelijk sec·ohm = ohm·sec) toevoegde [9]).

Deze eenheden zijn gelijk aan de electromagnetische op machten van 10 na: 1 ohm = 10^9 e.m.e., 1 volt = 10^8 e.m.e., 1 farad = 10^{-9} e.m.e., 1 coulomb en 1 ampere = 1/10 e.m.e., 1 henry = 10^9 e.m.e. In 1935 heeft de I.E.C. („International Electrotechnical Commission") besloten in de electrotechniek het m.k.s.-stelsel van Giorgi toe te passen.

Internationale eenheden

Tegelijkertijd met het vaststellen der practische eenheden ontstond de behoefte, de genoemde eenheden door standaarden of gestandaardiseerde recepten vast te leggen. Het zou ons te ver voeren hierop uitvoerig in te gaan en wij beperken ons er toe, kort aan te geven, hoe tot heden de zogenaamde internationale ampere en ohm waren vastgelegd:

1 int. amp. = de stroom, die in een nader gespecificeerde zilvervoltameter per seconde 1,11800 mg zilver afscheidt;

1 int. ohm = de weerstand van een kwikkolom van constante doorsnede met een lengte van 1,06300 m en een massa van 14,4521 g bij 0 °C.

[5]) Zie ook A. Sommerfeld, Über die elektromagnetischen Einheiten, Z. techn. Phys. **16**, 420-424, 1935, en Verhandelingen aangeboden aan Prof. Dr P. Zeeman, uitg. M. Nijhoff, 's-Gravenhage 1935, pag. 157-165.

[6]) Oersted sprak nog van „electrisch conflict". De titel van zijn verhandeling van 1820 luidde: „Experimenta circa effectum conflictus electrici in acum magneticum" („Proeven over de werking van het electrisch conflict op de magneetnaald"). Hij stelde zich voor, dat bij het sluiten van een batterij van Volta door een draad, de „beide electriciteiten" (+ en —) zich verenigen en dat dit min of meer onstuimige proces de magnetische werking veroorzaakt.

[7]) Zie bijv. G. A. Boutry, Ampère ou la Pureté, Rev. trim. Canad. **33**, 257-274, 1947 (No. 131).

[8]) Gewoonlijk bekend als de wet van Biot-Savart (1829), hoewel deze auteurs slechts het speciale geval van een oneindig lange rechte geleider beschouwden.

[9]) Zie bijv. G. Giorgi, La métrologie classique et les systèmes d'unités qui en dérivent. Examen critique, Rev. Gén. Electricité **40**, 457-467, 1936.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

Uit deze beide gegevens volgt de internationale volt, die bovendien nog afzonderlijk is vastgelegd door de EMK van het Weston-element bij 20 °C gelijk aan 1,01830 V te stellen.

Zoals te verwachten was, bleken deze eenheden bij nader onderzoek wel nagenoeg, doch niet precies met de „absolute" of „theoretische" eenheden overeen te stemmen. Diverse staatslaboratoria hebben zich sindsdien de moeite gegeven, de verhouding van de internationale en de absolute practische eenheden te bepalen. De gemiddelde verhoudingsgetallen van zes laboratoria (Duitsland, Engeland, Frankrijk, Japan, U.S.A., U.S.S.R.) zijn thans [10]):

1 int. ohm = 1,00049 absolute ohm,
1 int. amp. = 0,99985 absolute ampere,
1 int. volt = 1,00034 absolute volt,
1 int. watt = 1,00019 absolute watt (10^7 erg/sec).

Hoewel de afwijkingen zo klein zijn dat ze voor vele practische metingen als onbelangrijk kunnen worden beschouwd, is het bij precisiemetingen wel degelijk van belang zich er nauwkeurig rekenschap van te geven, welke eenheden gebruikt zijn. Vooral de dubbele definitie van de internationale volt geeft hier aanleiding tot vergissingen [11]).

Gemengd gebruik van practische en cgs-eenheden

Terwijl men in technische kringen zowel als in de physica algemeen tot het gebruik van de practische eenheden overging, waartoe het verkrijgbaar zijn van in deze eenheden geijkte standaarden, zoals weerstandsbanken en meters, krachtig heeft bijgedragen, bleef men voor het beschrijven van de electrische en magnetische velden meestal nog cgs-eenheden gebruiken. Hierdoor worden in de formules machten van 10 als coëfficienten ingevoerd, zoals bijv. in de formule

$$V = -10^{-8}\frac{d\Phi}{dt},$$

welke het verband aangeeft tussen de electromotorische kracht V die in een winding van een transformator wordt geïnduceerd, en de magnetische flux Φ, indien V in volt en Φ in gauss · cm² (= maxwell) is uitgedrukt. Wij hebben boven gezien, hoe door de voorstellen van Giorgi ook deze factoren uit de formules verdwenen zijn.

De realisering van de absolute ampere, ohm en volt

In 1910 werd op de conferentie in Washington overeenstemming bereikt tussen de laboratoria der U.S.A., van Engeland, Frankrijk, Duitsland, Japan en Rusland, wat betreft de standaarden van weerstand en EMK. In 1930 echter bleken de standaarden der verschillende naties ontoelaatbare discrepanties te vertonen. Het „Comité International des Poids et Mesures" heeft nu besloten, 1 Januari 1948 terug te keren tot de absolute eenheden, uitgaande van de overweging dat de moderne meettechniek voldoende ver is ontwikkeld om deze eenheden op ieder gewild moment te kunnen realiseren. Verschillende methoden zijn hiervoor in gebruik [12]).

Een methode om de ohm in absolute maat vast te leggen is bijv. de vergelijking in een brugschakeling van de zelfinductie van een spoel van bekende afmetingen met de capaciteit van een hulpcondensator, welke capaciteit daarna in een tweede meetbrug met een weerstand wordt vergeleken.

De absolute ampere wordt vastgelegd door de krachtwerking tussen stroomgeleiders, overeenkomstig de boven gegeven definitie. Natuurlijk gebruikt men niet oneindig lange rechte stroomgeleiders, maar cirkelvormige spoelen die nauwkeurig bekende afmetingen hebben en waarvan de onderlinge stand precies bekend is. De kracht wordt gemeten met een stroombalans. Hierbij zijn niet alleen de massa's der gewichten van invloed, doch ook de versnelling van de zwaartekracht ter plaatse waar gemeten wordt. Ook deze moet dus zeer nauwkeurig worden gemeten. Zijn de absolute ampere en ohm bekend, dan is de absolute volt de spanning die een stroom van 1 ampere aan de uiteinden van een weerstand van 1 ohm doet ontstaan.

De internationale eenheden spelen nu hoogstens nog de rol van secundaire standaarden. Daarom hebben wij boven de relatie tussen absolute en internationale eenheden opgegeven, zoals die voor 1948 zijn vastgesteld. In een volgend artikel in dit tijdschrift zullen enige practische consequenties van het gebruik van het gerationaliseerde Giorgistelsel (met absolute volt en ampere) nader worden toegelicht.

[10]) Zie bijv. Mesures **11**, 379-380, 1946; verder Ned. Tijdschr. v. Nat. **13**, 89, 1947 (No. 5).

[11]) Zie bijv. U. Stille, Die Umrechnungsfaktoren von internationale auf absolute elektrische Einheiten, Z. Phys. **121**, 24-53, 1943.

[12]) Zie bijv. L. M. Briggs, Rev. mod. Phys. **11**, 111-120, 1939.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

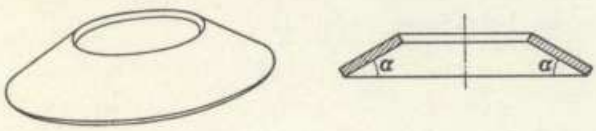
CONISCHE SCHOTELVEREN

door J. A. HARINGX. 621-272.4

Als verend element in constructies is de zg. schotelveer relatief weinig in gebruik. Ten aanzien van de hoeveelheid op te nemen energie kan een schotelveer zeker geen aanspraak maken op een principiële superioriteit boven de welbekende schroefveer, in bepaalde gevallen maakt zij evenwel de constructie eenvoudiger en doelmatiger. Welke gevallen dat zijn, wordt in dit artikel nader besproken, uitgaande van een korte uiteenzetting van de voor een deel vrij merkwaardige eigenschappen van de schotelveren. Het ontwerpen van de voor een bepaald doel meest aangewezen schotelveren wordt voor twee gevallen nader toegelicht. Het blijkt dat men de (voor gegeven belasting en maximaal toelaatbare spanning) gunstigste vorm van de schotelveer zeer eenvoudig kan bepalen met behulp van geschikte grafieken.

Onder de verschillende soorten veren die in de techniek toepassing vinden, zijn de zg. conische schotelveren relatief weinig bekend. De belangstelling er voor is in de laatste tijd evenwel toegenomen, daar de toepassing er van dikwijls tot eenvoudige constructies leidt.

Een conische schotelveer — in hetgeen volgt zullen we het toevoegsel „conisch" veelal weglaten — bestaat uit de „mantel" van een afgeknotte kegel, waarvan de openingshoek ten naaste bij 180° is (zie *fig. 1*). In het limietgeval dat deze openingshoek gelijk aan 180° is, hebben we te maken met een ronde vlakke plaat die in het midden van een rond gat voorzien is. Hoewel de schotelveer dus een zekere overeenkomst met een dergelijke vlakke plaat vertoont, mogen de uitkomsten van de voor de vlakke plaat geldende buigingstheorie niet zonder meer bij schotelveren worden gebruikt, ook niet als benaderende oplossing. Dit hangt samen met de geheel andere aard van de optredende spanningen. Wordt nl. een aan de onderzijde ondersteunde schotelveer belast met een langs de bovenrand gelijkmatig verdeelde, axiaal gerichte kracht, dan ondergaat de schotelveer een axiale indrukking en neemt daarbij de vorm aan als in *fig. 2* met de getrokken lijn is getekend. De buitenrand wordt een weinig naar buiten gedrukt en rekt uit, terwijl de binnenrand een verkorting ondergaat. Dientengevolge treden er behalve buigingsspanningen ook gelijkmatig over de dikte verdeelde radiale en tangentiële spanningen op, die bij de op buiging belaste vlakke plaat — althans bij kleine doorbuigingen — niet aanwezig zijn.



52341

Fig. 1. Schematische voorstelling van een conische schotelveer in onbelaste toestand. Links perspectivisch gezien; rechts de meridiaandoorsnede. De hoek α is in werkelijkheid veel kleiner dan in de figuur; hij overschrijdt zelden 6°.

In verband hiermede vertonen de schotelveren enkele typische eigenschappen, die in dit artikel zullen worden besproken. Vervolgens zullen wij ook nagaan hoe men in een tweetal gevallen bij gegeven belasting en maximaal toelaatbare spanning de vorm van de schotelveer moet kiezen. Tot slot zullen verder nog enkele toepassingsvoorbeelden van schotelveren worden genoemd.

Eigenschappen van de schotelveer

Algemene eigenschappen

Bekijken we fig. 2, dan zien we dat de boven- en de onderrand van de schotelveer niet alleen in de begintoestand, maar vanwege de rotatiesymmetrie ook in de belaste toestand zijn gelegen in twee evenwijdige vlakken. Wordt de schotelveer dus tussen twee evenwijdige „drukvlakken" geplaatst, dan zijn we er van verzekerd dat de drukkracht steeds axiaal wordt overgebracht. Bovendien biedt de geringe hoogte de mogelijkheid in een kleine ruimte toch een element met grote veerkracht onder te brengen. Beide eigenschappen zijn zeer belangrijk en maken de toepassing van de schotelveer in vele gevallen buitengewoon aantrekkelijk.

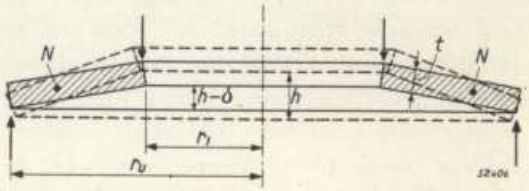


Fig. 2. De meridiaandoorsnede van een belaste schotelveer, die is ontstaan uit de meridiaandoorsnede van de onbelaste schotelveer (gestippeld) door een draaiing om de punten N. De boven- en onderrand liggen, zowel in belaste als in onbelaste toestand, in twee evenwijdige vlakken. De binnen- en de buitenstraal van de veer worden aangeduid met r_i en r_u; h en t zijn de hoogte resp. de dikte van de veer, δ is de indrukking.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

Verder bestaat de mogelijkheid verscheidene van deze schotelveren (bijv. n stuks) op de in *fig. 3a* aangegeven wijze samen te stellen. Hierdoor wordt bereikt dat de indrukking bij dezelfde belasting n maal zo groot wordt als bij één enkel

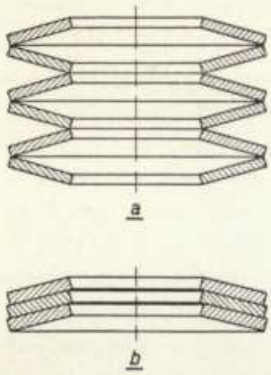


Fig. 3. *a*) Een verende kolom opgebouwd met schotelveren. *b*) Een verend pakket opgebouwd met schotelveren.

exemplaar. Voegt men deze n schotelveren daarentegen tot een „pakket" samen als aangegeven in fig. 3*b*, dan vereist eenzelfde indrukking een n maal zo grote belasting. Natuurlijk kunnen beide methoden ook gecombineerd worden toegepast, maar we moeten er op wijzen, dat het samenvoegen van de schotelveren tot een pakket steeds aanleiding geeft tot — veelal hinderlijke — wrijvings- en slijtageverschijnselen.

De hoeveelheid energie die per eenheid van materiaalvolume maximaal kan worden opgenomen, is bij de schotelveer ongeveer een factor 3 kleiner dan bij de schroefveer, zodat om eenzelfde effect te bereiken bij gebruik van de schotelveer een 3 maal zo grote hoeveelheid materiaal benodigd is. Weliswaar neemt de schotelveer bij eenzelfde hoeveelheid materiaal minder ruimte in dan de schroefveer, maar niet zoveel minder dat de genoemde factor 3 kan worden gecompenseerd. Wanneer het er om gaat in een bepaalde ruimte de grootst mogelijke hoeveelheid energie onder te brengen, blijft de schotelveer namelijk nog ongeveer een factor 2 ten achter. Het gebruik van een kolom van schotelveren ter vervanging van de schroefveer is dus van uit dit oogpunt bezien niet voordelig. Er zijn evenwel andere redenen waarom een schotelveer toch te verkiezen kan zijn boven een schroefveer. Zo is het in bepaalde gevallen nuttig de stijfheid (d.i. de belasting per eenheid van indrukking) van een verend element gemakkelijk te kunnen wijzigen. Een eenmaal uitgevoerde schroefveer laat in dit opzicht geen veranderingen toe, maar een uit verscheidene afzonderlijke schotelveren bestaande kolom biedt daartoe uiteraard wel een mogelijkheid. Voorts kan het ook van belang zijn, dat schotelveren in elke machinefabriek vervaardigd kunnen worden. Het wikkelen van zware schroefveren daarentegen is een werk dat enige ervaring vereist.

Verband tussen de belasting en de indrukking

Behalve van de hierboven besproken algemene kenmerken van de schotelveren, die meestal beslissend zijn voor haar eventuele toepassing, kan in bijzondere gevallen ook met voordeel gebruik worden gemaakt van de eigenaardige vorm der krommen die het verband tussen de belasting en de indrukking weergeven. We zullen dit aantonen aan de hand van de theoretische formule die voor het bedoelde verband geldt, nl:

$$\frac{P}{P_h} = 1 + \left[1 - \tfrac{1}{2}\left(\frac{h}{t}\right)^2\right]\left(\frac{\delta}{h} - 1\right) + \tfrac{1}{2}\left(\frac{h}{t}\right)^2\left(\frac{\delta}{h} - 1\right)^3. \quad (1)$$

De betekenis van de symbolen h, t, δ, die in deze formule voorkomen, kan men uit fig. 2 aflezen: h en t zijn resp. de hoogte en de dikte van de schotelveer, δ is de indrukking. Voorts is P de gelijkmatig over de randen van de schotelveer verdeelde axiale belasting en wordt met P_h de kracht bedoeld die nodig is om de schotelveer vlak te drukken ($\delta = h$). Uit de berekening volgt dat:

$$P_h = \frac{Eht^3}{Mr_u^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Hierin is E de elasticiteitsmodulus en M een bepaalde functie van r_u/r_i, waarbij r_u en r_i de uitwendige resp. de inwendige straal van de schotelveer voorstellen (zie fig. 2).

Uit verg. (1) ziet men dat het verband tussen de belasting en de indrukking slechts van de dikte van de veer afhangt, indien men P_h als belastingseenheid en h als lengte-eenheid kiest.

In *fig. 4* is het verband tussen P/P_h en δ/h, volgens verg. (1), voor verschillende waarden van h/t weergegeven. De krommen blijken in twee groepen uiteen te vallen naar gelang $h/t > \sqrt{2}$ of $h/t < \sqrt{2}$ is.

In het eerste geval ($h/t > \sqrt{2}$), dwz. voor schotelveren met relatief kleine dikten, hebben de krommen een maximum en een minimum. Laat men de indrukking van de schotelveer continu toenemen, bijvoorbeeld door de veer te plaatsen tussen twee evenwijdige drukvlakken, die door middel van een schroef naar elkaar toe gebracht worden, dan verandert de door de schotelveer op de drukvlakken uitgeoefende drukkracht dus geenszins monotoon, maar neemt in een zeker gebied (nl. tussen het

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

maximum en het minimum) *af* bij toenemende indrukking. Is de verhouding h/t groter dan $2\sqrt{2}$, dan snijdt de (P, δ)-kromme de abscis-as, zodat bij een indrukking $\delta > \delta_1$ (zie in fig. 4 de kromme voor $h/t = 3$) een negatieve drukkracht blijkt te

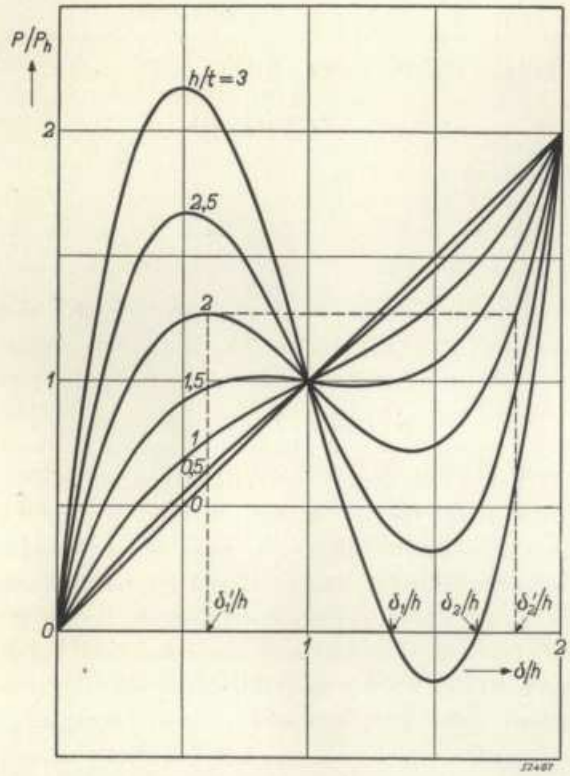


Fig. 4. Verband tussen de belasting P en de indrukking δ van een schotelveer voor verschillende waarden van de verhouding van de hoogte h en de dikte t. Daarbij is als lengteeenheid de hoogte h van de schotelveer genomen en als belastingseenheid de waarde P_h van de belasting bij de vlakgedrukte stand van de veer.

behoren. Daar hier een negatieve drukkracht (dus een trekkracht) door een schotelveer niet kan worden uitgeoefend, verliest de veer het contact met de drukvlakken en vervormt de — thans onbelaste — veer zich totdat de stabiele evenwichtsstand $\delta = \delta_2$ is bereikt; met andere woorden, de schotelveer slaat door [1]).

Beschouwt men nu niet P als functie van δ, maar δ als functie van P, dwz. brengt men de beide drukvlakken niet door middel van een schroef naar elkaar toe, maar oefent men bijvoorbeeld met behulp van gewichten een continu aangroeiende kracht uit, dan zal het duidelijk zijn dat de schotelveer zich steeds begeeft, zodra de kracht het maximum in de (P, δ)-kromme bereikt. De indrukking $\delta = \delta_1'$ gaat dan sprongsgewijs over naar de waarde $\delta = \delta_2'$ (zie in fig. 4 de kromme voor $h/t = 2$).

Meestal zal men deze „doorslag"-verschijnselen willen vermijden. Men zal er bij het ontwerpen van een constructie dan ook voor moeten zorgen, dat de feitelijk voorkomende indrukkingen altijd kleiner zijn dan de indrukking die aan het maximum van de (P, δ)-kromme beantwoordt.

In het tweede geval ($h/t < \sqrt{2}$) neemt de drukkracht daarentegen altijd monotoon toe met de indrukking. De vorm van de (P, δ)-kromme nadert daarbij, naarmate de dikte van de schotelveer groter wordt, steeds meer tot de rechte lijn.

Voor $h/t = \sqrt{2}$ loopt de kromme voor indrukkingen rondom $\delta = h$ nagenoeg horizontaal. Het is nu deze merkwaardige eigenschap van de schotelveer, die bij bepaalde constructies van groot practisch belang kan zijn; en wel in die gevallen waarbij men prijs stelt op een van de indrukking onafhankelijke belasting. Een voorbeeld van zulk een toepassing van de schotelveer wordt straks nog gegeven.

Verband tussen de maximale spanningen en de indrukking

Een practisch belangrijke eigenschap van elke veer is het verband tussen de maximale spanningen die er in optreden en de belasting of de daarmee corresponderende indrukking. Immers, de maximale spanning mag nooit een toelaatbare grens overschrijden, die uiteraard te beschouwen is als een gegeven materiaalconstante. Bij een schotelveer treden de maximale (druk-)spanningen σ langs de bovenrand aan de binnenzijde op. Voor σ geldt de volgende formule:

$$\sigma = \frac{E\delta h}{Mr_u^2}\left[C_1\left(1-\frac{\delta}{2h}\right)+C_2\frac{t}{h}\right], \quad \left(\frac{\delta}{h}<2\right); \ldots \quad (3)$$

C_1 en C_2 zijn hier bepaalde, door de theorie gegeven functies van r_u/r_i. De andere grootheden zijn reeds eerder gedefinieerd.

Theoretische grondslagen van verg. (1) tot (3)

Wij zullen nu enkele woorden zeggen over de wijze waarop het door verg. (1) tot (3) beschreven gedrag van de schotelveer kan worden afgeleid. Daar een exacte theoretische behandeling van het probleem van de schotelveer tot nog toe niet is gegeven, kunnen we slechts afgaan op de benaderende berekening van Almen en Laszlo [2]). Zij voeren de — overigens voor de hand liggende — onderstelling in, dat de in een meridiaanvlak gelegen rechthoekige doorsnede van de veer

[1]) Dit verschijnsel is goed bekend uit het dagelijks leven; men denke bijvoorbeeld aan het zichzelf vastklemmende deksel van een rond metalen tabaksdoosje, welk deksel naar boven toe een weinig bol staat. Drukt men zulk een deksel in het midden in, dan slaat het naar binnen toe door, zodra de indrukking een zekere grenswaarde passeert, daarbij de onderbroken opstaande rand openbuigend.

[2]) J. O. Almen en A. Laszlo, The Uniform Section Disk Spring, Trans. Amer. Soc. Mech. Engrs **58**, 305-314, 1936.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

bij belasting niet van vorm verandert, doch slechts draait om een „neutraal" punt, dat in fig. 2 door punt N is aangeduid. Hierdoor wordt nl. het bepalen van de tangentiële rekken ε_t belangrijk vereenvoudigd. Deze opvatting consequent doorvoerende, stellen zij de radiale rekken ε_r gelijk nul en berekenen de tangentiële spanningen σ_t met behulp van de betrekking $\sigma_t = m^2 E\,\varepsilon_t/(m^2-1)$, waarin m de constante van Poisson = 10/3 voorstelt. Daarbij bedragen de radiale spanningen $\sigma_r = \sigma_t/m = 0{,}3\ \sigma_t$. De door Almen en Laszlo gegeven benaderingstheorie kan gedeeltelijk worden gecontroleerd aan de hand van de vlakke „conische" schotelveer ($h = 0$), waarvan het gedrag met de gangbare buigingstheorie van vlakke platen is na te gaan. Inderdaad blijkt de vorm van de vlakke schotelveer (bijv. in het geval $r_u = 2r_i$) in de belaste toestand slechts uiterst weinig van een kegel af te wijken, zodat men de tangentiële rekken ε_t zonder bezwaar uitgaande van de kegelvorm blijkt te kunnen berekenen. Dat er een kleine afwijking ten opzichte van de kegelvorm optreedt, hangt samen met het feit dat er nagenoeg geen radiale buigspanningen aanwezig zijn. Immers, aan de in radiale richting onbelaste binnen- en buitenrand van de schotelveer zijn de radiale spanningen uiteraard exact gelijk nul. Ze groeien weliswaar naar het midden tussen binnen- en buitenrand toe aan, maar bereiken in het geval $r_u = 2r_i$ maximaal slechts de waarde $0{,}065\ \sigma_t$ en zijn dus veel kleiner dan de spanningen $0{,}3\ \sigma_t$, die volgens de berekening van Almen en Laszlo aanwezig zouden zijn. Daarom mogen we een betere benadering van het probleem van de schotelveer verwachten, wanneer we niet de radiale rekken maar de radiale spanningen gelijk nul stellen, dus de tangentiële spanningen berekenen met behulp van de betrekking $\sigma_t = E\,\varepsilon_t$. Deze correctie heeft tot resultaat dat de factor $1-\sigma^2 = (m^2-1)/m^2$, voorkomende in de noemers der door Almen en Laszlo afgeleide formules, verdwijnt. Inderdaad blijkt hiermede te worden bereikt, dat een gedeelte van de door Almen en Laszlo geconstateerde verschillen tussen hun berekening en het experiment wordt opgeheven.

De boven gegeven verg. (2) en (3) zijn op de genoemde factor na identiek met die van Almen en Laszlo.

Het ontwerpen van schotelveren

Het is niet de bedoeling hier het technische probleem van het ontwerpen van een schotelveer, of van kolommen van schotelveren, in zijn algemeenheid te behandelen. Wij willen slechts aan de hand van twee gevallen in het kort laten zien, hoe men met behulp van geschikte grafieken het best de vorm van een schotelveer kan kiezen.

Eerste geval

Bij de constructie van een pers in een der Philipsfabrieken vond men het nuttig gebruik te maken van uit schotelveren opgebouwde kolommen, als aangegeven in fig. 3*a*.

Om het aantal veren in zulk een kolom zo veel mogelijk te beperken, moet men schotelveren met een bepaalde, optimale waarde van de verhouding van de uitwendige tot de inwendige diameter gebruiken. Om nl. bij gegeven belasting en gegeven maximale spanning een zo groot mogelijke indrukking te verkrijgen, moet de bedoelde verhouding bij voorkeur gelijk 2 gekozen worden, zoals aan de hand van een voor de vlakke schotelveer geldende berekening kan worden vastgesteld. Wij stellen dus eens en vooral $r_u/r_i = 2$; de in verg. (2) en (3) optredende functies M, C_1 en C_2 hebben dan resp. de waarde 0,69, 1,225 en 1,58.

Om constructieve redenen kan verder geen gebruik worden gemaakt van schotelveren die bij de maximale belasting de vlakke stand passeren. Stellen we daarom de minimale helling van de beschrijvende van de schotelveer vast op bijv. 0,04, dan krijgen we als voorwaarde:

$$h-\delta = 0{,}04\ (r_u-r_i),$$

dwz., wegens $r_u = 2\ r_i$,

$$\frac{h}{\delta} = 1 + 0{,}02\,\frac{r_u}{\delta} \quad . \ . \ . \ . \ . \quad (4)$$

Bovendien moeten we er voor zorgen, dat de volgens verg. (3) berekende maximale spanningen σ die in de veer optreden nooit een bepaalde, toelaatbare grens overschrijden.

Om de schotelveer zo elastisch mogelijk te doen zijn is het noodzakelijk zeer hoge spanningen in het materiaal toe te laten. Welke spanningen maximaal toegelaten mogen worden is een kwestie van ervaring. Zo zal σ bijvoorbeeld bij een gewoon koolstofstaal 120 à 140 kg/mm² kunnen bedragen, terwijl bij een veredeld chroomnikkelstaal spanningen tot 180 à 200 kg/mm² (bij dunne schotelveren eventueel zelfs 220 kg/mm²) mogen voorkomen. Deze waarden zijn zeer hoog; het kan dan ook niet uitblijven, dat onder deze omstandigheden plaatselijk bepaalde blijvende vervormingen optreden, zodat de schotelveer zich tijdens de eerste belasting een weinig „zet", gepaard gaande met een verkleining van de hoogte h. Hiermede dient dus van te voren bij het ontwerp reeds rekening gehouden te worden. Is de belasting niet statisch — zoals tot nu toe stilzwijgend werd ondersteld — doch wisselend, dan zal een herhaald optreden van dergelijke blijvende vervormingen op den duur funest zijn. We moeten ons daarom in dit geval baseren op de vermoeidheidsvastheid van het materiaal. Dit betekent dat bijv. bij een goed soort verenstaal hoogstens een spanningswisseling van ca 100 kg/mm² is toegestaan.

Indien men nu deze zojuist besproken eisen in aanmerking neemt, blijft er niet veel vrijheid meer over bij de keuze van de meest geschikte vorm der schotelveer. Immers wij hebben hier te maken met vier vergelijkingen (1)-(4) tussen zeven grootheden, P, P_h, δ, σ, r_u, h, t, dwz. wij kunnen vooralsnog slechts over drie grootheden vrij beschikken. Nu zijn de belasting P en de maximale spanning σ bij het practische probleem gegeven. Men kan dus feitelijk slechts één grootheid vrij variëren. Het is doelmatig

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

hiervoor r_u te kiezen. Door een eenvoudige omwerking van de verg. (1)-(4) verkrijgt men twee relaties van de volgende vorm:

$$\frac{\delta}{r_u} = \Psi\left(\frac{P}{{r_u}^2}, \sigma\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

en

$$\frac{t}{r_u} = \Phi\left(\frac{P}{{r_u}^2}, \sigma\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Wij schrijven hier de nogal ingewikkelde — hoewel elementaire — functies Φ en Ψ niet op, maar geven ze in *fig. 5* in de vorm van grafieken weer.

Bij gegeven P, σ en r_u vindt men nu uit verg. (5), resp. uit de rechter grafiek van fig. 5, de waarde van δ/r_u en vervolgens vindt men uit verg. (6) resp. de linker grafiek van fig. 5 de waarde van t/r_u. Alleen h is nu nog onbekend, deze vindt men uit verg. (4).

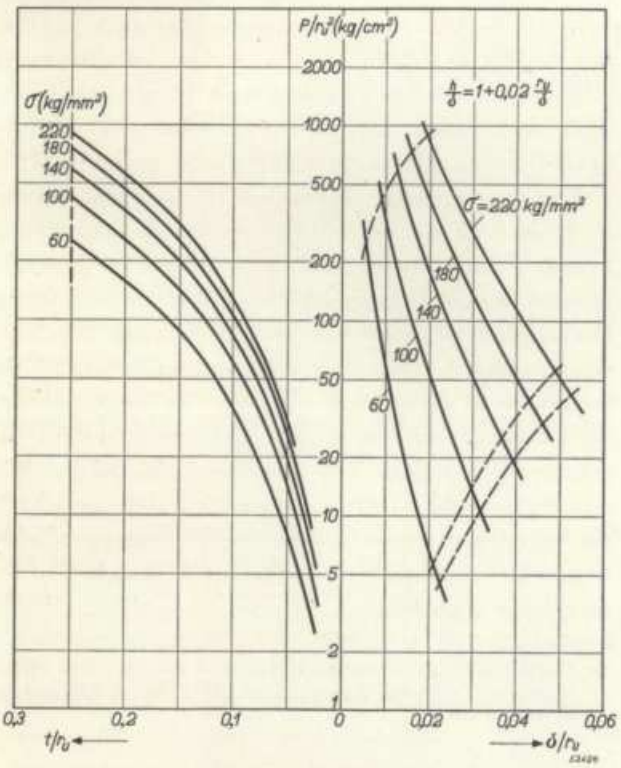


Fig. 5. Grafiek waaruit men de indrukking δ en de dikte t van de veer kan vinden, bij gegeven belasting P, maximaal toelaatbare spanning σ en buitenstraal r_u ($= 2r_i$) van de schotelveer. De hoogte h van de veer berekent men dan met behulp van de bijgeschreven formule (verg. (4)). Deze grafiek geldt voor het geval, waarin men een schotelveer moet ontwerpen die bij gegeven belasting de grootst mogelijke indrukking vertoont.

De krommen in de rechter grafiek van fig. 5 zijn aan de bovenzijde door een stippellijn begrensd op grond van de voorwaarde $t/r_u < 0{,}25$. Deze voorwaarde houdt verband met de anders onaanvaardbare dikte van de schotelveer. De begrenzing aan de onderzijde werd ingevoerd om een te sterk afwijken van een recht (P, δ)-verloop te voorkomen, mede om voldoende gevrijwaard te zijn voor de hinderlijke „doorslagverschijnselen" (vgl. fig. 4). De bovenste en de onderste van de twee gestippelde begrenzingslijnen corresponderen met de voorwaarde $h/t < 1{,}0$ resp. 1,2.

Proeven met uitgevoerde schotelveren, die op de hierboven geschetste manier werden berekend,

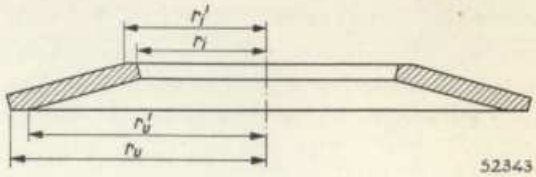


Fig. 6. Bij het opstapelen in een kolom zouden de schotelveren gemakkelijk langs elkaar glijden. Om dit te voorkomen slijpt men aan boven- en onderzijde een klein vlak randje, zoals hier schematisch is voorgesteld.

toonden aan dat de bereikte indrukking kleiner was dan de berekende. Bij nader inzien kon daarvoor echter een zeer aannemelijke verklaring worden gegeven. Om te voorkomen dat de schotelveren bij het opstapelen in een kolom ten gevolge van de scherpe randen langs elkaar zouden gaan glijden, werd aan boven- en onderzijde een klein vlak randje geslepen (vgl. *fig. 6*). Daar de indrukking vrij groot is, wordt de helling van de conus merkbaar geringer en blijven de vlak geslepen randen niet meer vlak, maar worden een weinig conisch. Daardoor zullen de oorspronkelijke contactvlakken van twee opeenvolgende schotelveren iets gaan wijken. De belasting wordt dientengevolge overgebracht op cirkels met stralen r_i' resp. r_u' in plaats van op die met stralen r_i resp. r_u. Daarbij is $r_i' > r_i$ en $r_u' < r_u$.

Neemt men deze omstandigheid in aanmerking dan kan men toch verg. (5) en (6), resp. de in fig. 5 gegeven grafieken, bijna onveranderd gebruiken. Men moet nl. slechts — zoals een nadere beschouwing leert — in plaats van de werkelijke belasting P een fictieve belasting $P' = kP$ invoeren waarbij

$$k = \frac{r_u' - r_i'}{r_u - r_i}.$$

De waarde van δ' die men dan uit de gewijzigde verg. (5),

$$\frac{\delta'}{r_u} = \mathrm{f}\left(\frac{P'}{{r_u}^2}, \sigma\right),$$

vindt, is echter niet de werkelijke indrukking δ. Om deze te verkrijgen, moet men δ' nog met de factor k vermenigvuldigen:

$$\delta = k\delta' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

De op deze manier berekende waarden van de indrukking stemmen wel met de meetresultaten overeen.

Tweede geval

Zoals reeds hierboven is vermeld, uit een typerende eigenschap van de schotelveer zich in het feit, dat men bij geschikte dimensionnering van de veer de indrukking tussen wijde grenzen kan variëren bij constante belasting. Wil men van deze eigenschap bij een constructie gebruik maken, dan is men aangewezen op een bepaalde verhouding tussen de hoogte en de dikte van de veer, en wel moet $h/t \approx \sqrt{2} = 1{,}41$ zijn. Zo blijkt P bijv. voor $h/t = 1{,}5$ practisch constant te zijn voor $0{,}6\ h <$

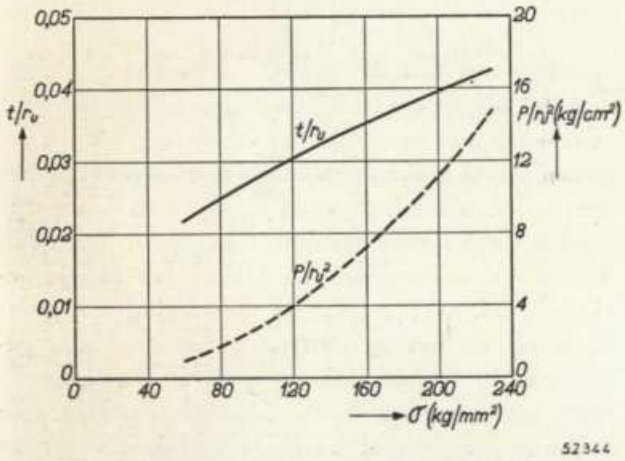


Fig. 7. Grafiek voor het ontwerpen van een schotelveer waarvoor de indrukking tussen wijde grenzen kan variëren bij constante belasting. De verhouding van de hoogte h tot de dikte t bedraagt in dit geval 1,5. Bij gegeven belasting P en maximaal toelaatbare spanning σ volgen uit deze grafiek achtereenvolgens de waarden van de buitenstraal r_u ($= 2r_i$), de dikte t en de hoogte h.

$\delta < 1{,}4\ h$. Deze constante waarde van P hangt slechts van σ en r_u af. In *fig. 7* is P/r_u^2 als functie van σ weergegeven, voor $h/t = 1{,}5$ en $r_u = 2r_i$. Is de belasting gegeven, dan kan men dus uit deze grafiek direct te weten komen, hoe groot r_u (en r_i) gekozen moet worden. In fig. 7 is ook de kromme getekend die t/r_u als functie van σ voorstelt. Hieruit kan men dus, bij gegeven r_u, de benodigde dikte en hoogte van de veer afleiden.

Toepassingsmogelijkheden

Het reeds genoemde voorbeeld van de voor een pers benodigde kolom van schotelveren ligt op een gebied waar ook een schroefveer toepassing kan vinden. Zoals bij de eigenschappen van schotelveren werd besproken, biedt de schotelveer in dit geval geen principiële voordelen boven de schroefveer en kunnen alleen bijkomstige omstandigheden de doorslag geven.

Het specifieke toepassingsgebied van de schotelveer moet echter gezocht worden daar, waar de schroefveer niet in aanmerking komt. Zo kan men van de geringe hoogte en de voortreffelijke centrering van de drukkracht met voordeel gebruik maken bij wrijvingskoppelingen, voor het vastklemmen van de onderdelen van een motorcommutator en daar, waar voor het opnemen van grote stootkrachten een elastische constructie gewenst is [3]).

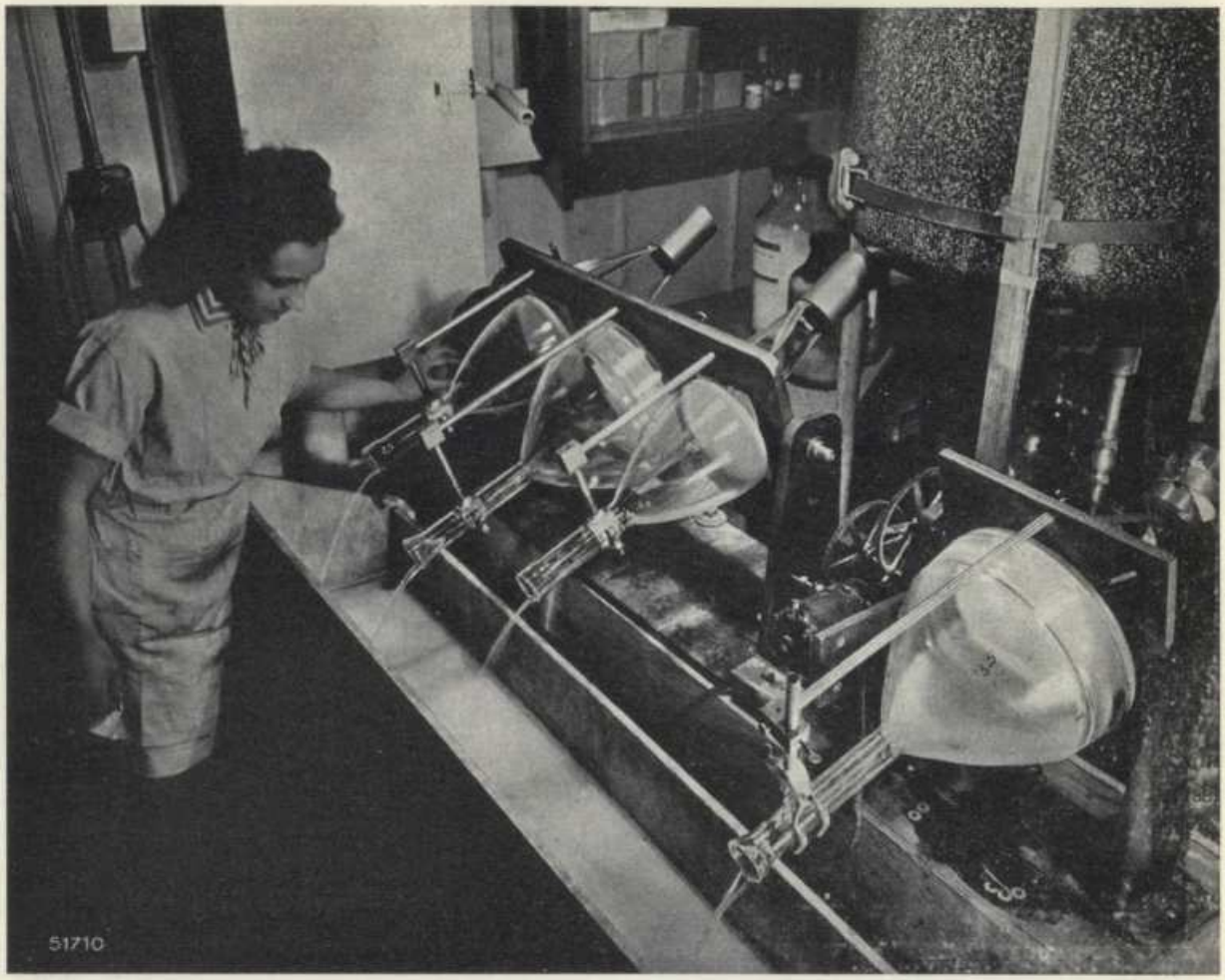
Een toepassingsvoorbeeld van de schotelveer met een van de indrukking onafhankelijke drukkracht wordt door Almen en Laszlo gegeven (zie het in noot [2]) aangehaalde artikel) en betreft de bevestiging van de centerpen in de losse kop van een draaibank. Door de warmte-ontwikkeling bij de mechanische bewerking van een werkstuk zet dit werkstuk nl. uit en klemt zich vast indien de centerpen in de losse kop niet meegeeft. Bij gebruik van de bedoelde constructie met schotelveer wordt dit meegeven bereikt, doordat de centerpen zich axiaal kan verplaatsen zonder dat de axiale kracht merkbaar toeneemt.

[3]) Voorbeelden gegeven door G. Ashworth, The Disk Spring or Belleville Washer, Proc. Inst. Mech. Engrs **155**, 93-100, 1946.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

FABRICAGE VAN TELEVISIEBUIZEN



Het fluorescerende scherm van televisiebuizen wordt gevormd door afzetting van het fluorescerende poeder op het buisvenster uit een vloeistof. De overblijvende vloeistof moet verwijderd worden op zodanige wijze dat niet de geringste turbulentie optreedt, aangezien deze tot gevolg zou hebben dat delen van het scherm weer worden weggespoeld. In de fabriek der North American Philips Co., Inc., te Dobbs Ferry, N.Y., worden de buizen geledigd door ze met behulp van een zorgvuldig gebalanceerd, door een electromotor met tandwieloverbrenging aangedreven, toestel heel langzaam en gelijkmatig te kantelen.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

OVERZICHT VAN RECENTE WETENSCHAPPELIJKE PUBLICATIES DER N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN

Van deze publicaties verstrekt de Administratie van het Natuurkundig Laboratorium, Kastanjelaan, Eindhoven, op aanvrage gratis overdrukken. Van de publicaties die met een sterretje * zijn gemerkt, is echter geen voor verspreiding voldoende aantal overdrukken beschikbaar.

1718 (nagekomen): J. M. Stevels: The physical properties of glasses.
V. A peculiar phenomenon in the vitreous system Na_2O-B_2O_3.
VI. The relationship between the volume and the number of glass-forming ions of silicate glasses.
VII. The molecular refraction of glasses.
(J. Soc. Glass Techn. Trans. **30**, 303-317, Aug./Oct. 1946).

V. De S-vormige dichtheid-concentratie-lijn van natriumboraatglazen vertoont bij 4% Na_2O een uitzetting van het zuurstofionen-rooster, welke echter niet noodzakelijk samenhangt met de plotselinge toeneming van het electrische geleidingsvermogen bij die samenstelling.

VI. Aangetoond wordt, dat er althans bij silicaatglazen, geen bemerkbaar verschil bestaat tussen de volumina van brug-zuurstofionen en vrije zuurstofionen. Het volume van de holten in het zuurstofrooster is evenredig met $R^{3/2}$ (R is de verhouding van het aantal zuurstofionen tot het aantal glasvormende ionen). Dit kan worden afgeleid uit een eenvoudig structuurmodel. Met behulp hiervan kan het volume van een klomp glas die één grammolecuul zuurstof bevat, als functie van R worden berekend. Het resultaat stemt binnen de waarnemingsnauwkeurigheid overeen met een vroeger op andere wijze afgeleide formule.

VII. Aangetoond wordt, dat de moleculaire refractie van abnormale glazen op additieve wijze berekend kan worden uit de ionenrefracties, mits verschil gemaakt wordt tussen brug-zuurstofionen en vrije zuurstofionen. Deze additiviteit kan niet worden verwacht bij normale glazen. Genoemde verwachtingen worden bevestigd bij een groot aantal zuivere silicaatglazen, die uitsluitend Na^+-, K^+- en Ca^{++}-ionen bevatten. De afwijkingen tussen de gemeten en de berekende molrefracties zijn voor abnormale glazen kleiner dan 0,3 percent. Glazen met geïsoleerde zuurstof-tetraëders zijn niet onderzocht.

1742: A. H. W. Aten Jr.: High energy ions in crystal lattices (Phys. Rev. **71**, 641-642, 1947, No. 9).

De waardigheid wordt bepaald van P^{32}-ionen die ten gevolge van terugstoot worden gevormd in kristallen die S en Cl bevatten, respectievelijk door (n, p)- en (n, α)-reacties. De vraag of de fosfaat- en fosfietionen in het rooster worden gevormd of dat de vorming plaats vindt bij het oplossen van het kristal, blijft onbeantwoord.

1743: W. P. van den Blink: Note on the influence of the water content of an electrode-coating on the hydrogen content of weld metal (Welding J. Res. Supp., Juli 1947).

De vraag wordt besproken of een toeneming van het vochtgehalte van de bekleding van een laselectrode het waterstofgehalte van het neergesmolten metaal ongunstig beïnvloedt. Er wordt aangetoond dat zowel een toe- als een afneming van het waterstofgehalte kan optreden, afhankelijk van de partiële drukken van H_2O, CO, H_2 en CO_2 in de lasboog.

1744: K. W. de Langen: The manifold of physical quantities (Physica, 's-Grav., **13**, 349-352, 1947, No. 6/7).

In de electrodynamica worden alle rekenoperaties uitgevoerd in een verzameling van grootheden die men kan schrijven in de vorm

$$a\ \mathrm{cm}^k\ \mathrm{g}^l\ \mathrm{sec}^m,\ \mathrm{el}^n$$

(el = electrostatische eenheid van lading). De getallen k, l, m, n bepalen de klasse van de grootheid (dimensie). De schrijver beveelt het gebruik van zogenaamde „Grössengleichungen" aan.

1745: J. F. H. Custers: The texture of copper wire drawn with backpull (Physica, 's-Grav., **13**, 366-78, 1947, No. 6/7).

De voorkeursorientatie in koperdraad dat op de gewone wijze resp. met tegentrek (backpull) wordt getrokken, is onderzocht. In de buitenste lagen vertoont deze orientatie duidelijke verschillen. In met tegentrek getrokken draad is de zogenaamde conische vezelstructuur, die in de buitenste lagen overheerst, minder ontwikkeld dan in normaal getrokken draad. Het is echter niet zeker of eigenschappen zoals trekvastheid zodanig verbeteren, dat men extra voordelen mag verwachten van het trekken met tegentrek.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!